

Universidade Federal do Rio Grande do Norte
Centro de Ciências Exatas e da Terra
Departamento de Informática e Matemática Aplicada
Programa de Pós-Graduação em Sistemas e Computação

**EXTENSÕES INTERVALARES DO MÉTODO DE
SEGMENTAÇÃO DE IMAGENS DIGITAIS POR *K-MEANS*:
ESTUDOS COMPARATIVOS E DE CASO**

Adriana Takahashi

NATAL/RN - BRASIL

Fevereiro de 2005

**EXTENSÕES INTERVALARES DO MÉTODO DE
SEGMENTAÇÃO DE IMAGENS DIGITAIS POR *K-MEANS*:
ESTUDOS COMPARATIVOS E DE CASO**

Adriana Takahashi

Dissertação apresentada à Coordenação do Curso de Pós-Graduação em Sistemas e Computação da Universidade Federal do Rio Grande do Norte como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Sistemas e Computação.

Orientadores:

Prof. Dr. **Benjamín René Callejas Bedregal**

Prof. Dr. **Aarão Lyra**

NATAL/RN - BRASIL

Fevereiro de 2005

**EXTENSÕES INTERVALARES DO MÉTODO DE
SEGMENTAÇÃO DE IMAGENS DIGITAIS POR *K-MEANS*:
ESTUDOS COMPARATIVOS E DE CASO**

Adriana Takahashi

Dissertação apresentada à Coordenação do Curso de Pós-Graduação em Sistemas e Computação da Universidade Federal do Rio Grande do Norte como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Sistemas e Computação.

Composição da Banca Examinadora:

Prof. Aarão Lyra, Dr, (Orientador)

Prof. Adrião Duarte Dória Neto, Dr, (Examinador)

Prof. Bruno Motta de Carvalho, Dr, (Examinador)

Prof. Ronei Marcos de Moraes, Dr, (Examinador)

NATAL/RN - Brasil
Fevereiro de 2005

Ficha Catalográfica

Takahashi, Adriana

Extensões Intervalares do Método de Segmentação de Imagens Digitais por *K-means*: Estudos Comparativos e de Caso.

Natal - RN, 2005.

Orientador: Benjamín René Callejas Bedregal

Orientador: Aarão Lyra

(Mestrado em Sistemas e Computação/DIMAp/UFRN, M. Sc., Sistemas e Computação, 2002)

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Centro de Ciências Exatas e da Terra. Programa de Pós-graduação em Sistemas e Computação.

1. Introdução; 2. Processamento de Imagens Digitais; 3. Segmentação de Imagens; 4. Matemática Intervalar; 5. Processamento de Imagens Digitais Intervalares; 6. Segmentação Intervalar; 7. Estudo de Caso; 8. Conclusão.

“O segredo do sucesso é a constância de propósito”

Benjamin Disraeli

DEDICATÓRIA

A Deus e aos meus pais.

AGRADECIMENTOS

Expresso meu reconhecimento e imensa gratidão a todas as pessoas que sempre me apoiaram. Infelizmente o espaço é limitado tornando impossível citar todos, mas, desde já fica minha gratidão para todas essas pessoas.

Meus sinceros agradecimentos:

A Deus, por sua presença constante em meus caminhos.

Aos meus queridos pais, Sérgio e Alice, pelo incentivo constante, pela confiança incondicional em minhas decisões, e, principalmente por serem uma lição de vida para mim. Meu querido pai e minha querida mãe, amo e respeito vocês de todo coração.

As minhas irmãs, Ticiane e Jaqueline, por serem irmãs verdadeiras. E também aos meus tios, Jorge e Rosa, pela atenção e carinho desde a infância.

Aos professores, orientadores e incentivadores, Benjamín R. C. Bedregal e Aarão Lyra. Graças a esses grandes professores pude concluir este trabalho. E também a esposa do prof. Benjamín, Ivanosca, por sua simpatia.

Aos professores, funcionários e colegas do PPgSC, em destaque os colegas Macilon, Manuel e Raquel, pela convivência constante durante todo este período.

Ao querido Matheus pelos momentos compartilhados.

Ao Instituto de Radiologia e ao médico José Maciel Neto, pelas informações e por algumas imagens mamográficas cedidas do instituto.

Aos professores, Gabriel e Willian, e todos os professores e amigos da FAI.

Ao CNPq, pelo apoio financeiro como bolsa de estudos.

SUMÁRIO

	Página
LISTA DE FIGURAS	xii
LISTA DE TABELAS	xv
RESUMO	xvii
ABSTRACT	xix
1 Introdução	1
1.1 Motivação	2
1.2 Objetivo	3
1.3 Organização da dissertação	4
2 Processamento de Imagens Digitais	6
2.1 Introdução	6
2.2 Sistema Visual Humano	7
2.2.1 Processo de Formação da Imagem	9
2.3 Imagens Analógicas e Imagens Digitais	11
2.4 <i>Pixels</i> e suas Propriedades	15
2.4.1 Vizinhança de um <i>Pixel</i>	15
2.4.2 Conectividade entre <i>Pixels</i>	17
2.4.3 Rotulação	18
2.4.4 Métricas entre <i>Pixels</i>	18
2.5 Operações Lógicas-Aritméticas entre <i>Pixels</i>	19
2.5.1 Operações Aritméticas	19
2.5.2 Operações Lógicas	20
2.6 Morfologia Matemática	21
2.6.1 Definições Básicas	23
2.6.2 Dilatação	24
2.6.3 Erosão	25
2.6.4 Abertura	25

2.6.5	Fechamento	26
2.7	Alguns Problemas Encontrados em Imagens	27
2.8	Sistema de Processamento de Imagens Digitais	29
3	Segmentação de Imagens	32
3.1	Introdução	32
3.2	Métodos de Segmentação	33
3.3	Segmentação de Imagens baseada em Descontinuidades	34
3.3.1	Detecção de Pontos	35
3.3.2	Detecção de Linhas	37
3.3.3	Detecção de Bordas	38
3.3.4	Detecção de Fronteiras	41
3.4	Segmentação de Imagem baseado na Similaridade	41
3.4.1	Limiarização	42
3.4.2	Técnicas de Agrupamento	44
3.4.2.1	<i>K-means</i>	44
3.4.2.2	<i>C-means</i>	47
3.4.3	Crescimento de regiões	49
4	Matemática Intervalar	51
4.1	Introdução	51
4.2	Representação de Intervalos	52
4.3	Operações Aritméticas Intervalares	53
4.3.1	Adição Intervalar	53
4.3.2	Pseudo Inverso Aditivo Intervalar	54
4.3.3	Subtração Intervalar	54
4.3.4	Multiplicação Intervalar	54
4.3.5	Pseudo Inverso Multiplicativo Intervalar	54
4.3.6	Divisão Intervalar	54
4.3.7	Quadrado Intervalar	54
4.4	Propriedades Algébricas Intervalares	55

4.4.1 Fechamento	55
4.4.2 Comutativa	55
4.4.3 Associativa	55
4.4.4 Elemento Neutro	55
4.4.5 Subdistributiva	55
4.4.6 Inclusão Monotônica	56
4.5 Ordem Intervalar	56
4.5.1 Ordem de Moore	56
4.5.2 Ordem de Kulisch-Miranker	56
4.5.3 Ordem da Teoria dos Conjuntos	57
4.5.4 Ordem da Informação	57
4.6 Função Intervalar	57
4.7 Métrica	57
4.8 Métrica intervalar	58
4.8.1 Métrica de Moore	58
4.8.2 Quasi-métrica	58
5 Processamento de Imagens Digitais Intervalares	59
5.1 Introdução	59
5.2 Imagem Digital Intervalar	60
5.3 <i>Pixel</i> Intervalar e suas Propriedades	62
5.3.1 Vizinhaça de um <i>Pixel</i>	63
5.3.2 Conectividade entre <i>Pixels</i>	64
5.3.3 Métricas de <i>Pixels</i> Intervalares	64
5.4 Operações Lógicas-Aritméticas entre <i>Pixels</i> intervalares	64
5.4.1 Operações Aritméticas	65
5.4.2 Operações Lógicas	65
5.5 Sistema de Processamento de Imagens Digitais Intervalares	66
6 Segmentação Intervalar de Imagens	68
6.1 Introdução	68

6.2 Método <i>K-means</i> Intervalar	69
6.2.1 Estudos Comparativos	71
6.3 Método <i>K-means</i> semi-intervalar	74
6.3.1 Estudos Comparativos	77
7 Estudo de Caso: Uma Ferramenta de Auxílio ao Diagnóstico do Câncer de Mama	80
7.1 Introdução	80
7.2 O Câncer	80
7.3 O Câncer de Mama	82
7.3.1 Estruturas das Mamas	84
7.3.2 Ação Hormonal	86
7.3.3 O Nódulo	87
7.3.4 Sintomas e Fatores de Risco	89
7.3.4.1 Sintomas e sinais	90
7.3.4.2 Fatores de Risco	90
7.3.5 Estatísticas	91
7.3.6 Detecção Precoce	93
7.3.7 Diagnóstico	94
7.3.7.1 Diagnóstico de Lesões Palpáveis	95
7.3.7.2 Diagnóstico de lesões não palpáveis	95
7.3.8 Mamografia	95
7.3.8.1 Densidade em Mamografias	99
7.3.9 Ferramenta de Auxílio ao Diagnóstico	99
7.4 Sistema de Auxílio ao Diagnóstico do Câncer de Mama	100
7.4.1 Detecção de Microcalcificações	100
7.4.1.1 Classificação de Microcalcificações	101
7.4.2 Detecção de Tumores	103
7.4.2.1 Classificação da Região Tumoral	103
7.4.2.2 Medidas da Região Tumoral	105

8 Considerações Finais	106
8.1 Perspectivas Futuras	107
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	108

LISTA DE FIGURAS

	Página
2.1 Olho humano em corte. Fonte: [Silva and Sasson, 1998].	7
2.2 Figura celular: cones e bastonetes. Fonte: [CEFETSP, 2005].	8
2.3 Sistema visual humano. Fonte: [PV, 2005].	9
2.4 Frequências do espectro eletromagnético.	10
2.5 Comprimentos de ondas (nm).	10
2.6 Tipo de imagen em níveis de cinza.	11
2.7 Tipos de digitalizadores: (a) câmera, (b) scanner de mão, (c) scanner de mesa.	12
2.8 Representação de imagem digital.	13
2.9 Exemplos de amostragens: (a) 128x128 <i>pixels</i> , (b) 64x64 <i>pixels</i> , (c) 32x32 <i>pixels</i> , (d) 16x16 <i>pixels</i>	14
2.10 Exemplificando <i>pixels</i> : (a) imagem original, (b) representação de <i>pixels</i> da área destacada em (a).	15
2.11 Exemplos de vizinhança de um <i>pixel</i> : (a) vizinhança-de-4, (b) vizinhança-de-4 (diagonal), (c) vizinhança-de-8.	16
2.12 Exemplos de conectividade de $V = \{1\}$: (a) conectividade-de-4, (b) conectividade-de-8, (c) conectividade-de-m.	17
2.13 Exemplo de operadores lógicos: (a) imagens A e B, (b) op. <i>NÃO</i> , (c) op. <i>E</i> , (d) op. <i>OU</i>	21
2.14 Exemplos de máscaras morfológicas: (a) inteiro, (b) em x, (c) em +, (d) horizontal, (e) vertical, (f) diagonal à esquerda, (g) diagonal à direita.	22
2.15 Imagem binária.	23
2.16 Resultado da dilatação da imagem da Figura 2.15 com o elemento estruturante da Figura 2.14 (a).	24
2.17 Resultado da erosão da Figura 2.15 com o elemento estruturante da Figura 2.14 (a)	25

2.18	Resultado da abertura da figura 2.15 com o elemento estruturante da figura 2.14 item (a)	26
2.19	Resultado do fechamento da Figura 2.15 com o elemento estruturante da Figura 2.14 item (a)	27
2.20	Exemplos de ilusão de óptica: (a) ilusão quadrado, (b) ilusão triângulo	28
2.21	Diagrama dos passos em processamento de imagens digitais.	30
3.1	Figura representando uma máscara 3x3.	34
3.2	Exemplos de máscaras: (a) máscara passa-alta, (b) máscara Roberts, (c) máscara Sobel, (d) máscara Prewitt.	35
3.3	Imagem da Lena em 256 níveis de cinza.	36
3.4	Imagem por detecção de pontos.	36
3.5	Exemplos de máscaras: (a) Horizontal, (b) $+45^0$, (c) Vertical, (d) -45^0	37
3.6	Resultados da aplicação das máscaras da figura 3.5 na imagem da figura 3.3: (a) Horizontal, (b) $+45^0$, (c) Vertical, (c) -45^0	38
3.7	Resultado da aplicação do filtro de Sobel da figura 3.2 (c) com a imagem da figura 3.3: (a) imagem G_x , (b) imagem G_y , (c) imagem resultante das bordas pelo filtro de Sobel.	39
3.8	Resultados da aplicação dos filtros da figura 3.2 na imagem da figura 3.3: (a) imagem resultante de bordas pelo filtro de Roberts, (b) imagem resultante de bordas pelo filtro de Sobel, (c) imagem resultante (através do gradiente) de bordas pelo filtro de Prewitt.	40
3.9	Histograma da imagem da figura 3.3.	42
3.10	Resultado da técnica de Limiarização.	43
3.11	Resultado da técnica de agrupamento por K -means na imagem da figura 3.3 com 5 centróides	46
3.12	Resultado da técnica C -means na imagem da Figura 3.3 com 5 centróides	48

3.13	Resultado da técnica de crescimento de regiões por agregação de <i>pixels</i> , onde, a imagem utilizada foi da Figura 3.3 e o limiar foi igual a 50	50
5.1	Exemplos de imagens intervalares: (a) imagem intervalar por vizinhança, (b) imagem intervalar por duas imagens.	61
5.2	Imagens: (a) imagem digital ruidosa, (b) imagem digital.	62
5.3	Exemplificando <i>pixel</i> intervalar: (a) imagem digital intervalar, (b) <i>pixels</i> intervalares.	62
6.1	Resultado do método <i>K-means</i> intervalar na imagem da figura 3.3 para $k = 5$	71
6.2	Figura de nebulosidade do método.	75
6.3	Resultado do método <i>K-means</i> semi-intervalar na imagem da figura 3.3 para $k = 5$	76
7.1	Glândulas do tecido mamário.	85
7.2	Paciente no exame de mamografia.	97
7.3	Mamografia de um câncer de mama, onde o tumor aparece com1 bordas espiculadas e retração da pele.	98
7.4	Uma parte da imagem mamográfica de câncer de mama contendo microcalcificações.	98
7.5	Mamografia de um câncer de mama com tumor de bordas espiculadas e também com microcalcificações.	98
7.6	Detecção de pontos na imagem mamográfica.	101
7.7	Resultado a aplicação do operador de fechamento nos pontos detectados mostrado na Figura 7.6.	102
7.8	Detecção da região tumoral na imagem mamográfica: (a) imagem dos ínfimos, (b) imagem dos supremos.	104

LISTA DE TABELAS

	Página
6.1 Erro médio total da distância de Moore pelo método <i>K-means</i> intervalar	71
6.2 Erro médio total da distância Quasi-métrica pelo método <i>K-means</i> intervalar	72
6.3 Erro médio total da distância Euclidiana pelo método <i>K-means</i>	72
6.4 Quantidade média de épocas da distância de Moore pelo método <i>K-means</i> intervalar	73
6.5 Quantidade média de épocas da distância de Quasi-métrica pelo método <i>K-means</i> intervalar	73
6.6 Quantidade média de épocas da distância Euclidiana pelo método <i>K-means</i>	73
6.7 Erro médio total da distância Euclidiana pelo método <i>K-means</i> semi-intervalar	77
6.8 Erro médio total da distância Euclidiana pelo método <i>K-means</i> semi-intervalar	77
6.9 Quantidade média de épocas da distância Euclidiana pelo método <i>K-means</i> semi-intervalar	78
6.10 Quantidade média de épocas da distância Euclidiana pelo método <i>K-means</i> semi-intervalar	78
7.1 Estimativas para 2005 de número de casos novos de câncer, em homens e mulheres, segundo localização primária.	81
7.2 Estimativas para 2005 de número de casos novos de câncer, por estado	92
7.3 Estimativas para 2005 das taxas brutas de incidência por 100.000 e de números de casos novos por câncer, em mulheres, segundo localização primária.	93
7.4 Estimativa de taxas brutas de incidência por 100.000 mulheres, segundo a UF, para o câncer de mama feminino.	94

7.5 Classificação Bi-Rads para laudos de mamografia 96

**EXTENSÕES INTERVALARES DO MÉTODO DE
SEGMENTAÇÃO DE IMAGENS DIGITAIS POR *K-MEANS*:
ESTUDOS COMPARATIVOS E DE CASO**

Autora: ADRIANA TAKAHASHI

Orientadores:

Prof. Dr. **Benjamín René Callejas Bedregal**

Prof. Dr. **Aarão Lyra**

RESUMO

O ser humano possui um eficiente meio de captura de informações que o cerca, o sistema visual. Dentre as áreas que estudam o sistema visual aplicado à tecnologia, sistema de visão computacional, está a área de processamento de imagens digitais.

Processamento de imagens digitais pode ser dividido em dois grandes passos, pré-processamento e análise de imagens digitais ou extração de informações. Este estudo apresenta etapas do processamento de imagens

digitais, bem como alguns métodos utilizados para realizar essas etapas. Além de destacar alguns problemas encontrados relacionados a imagens (digitais). Para resolver alguns desses problemas encontrados é utilizado a abordagem intervalar. A matemática intervalar associada a processamento de imagens digitais tem como objetivo obter um controle rigoroso de diversos tipos de erros que envolvem representações contínuas de valores reais. A idéia considerada por A. Lyra [Lyra, 2003] foi representar imagens digitais como imagens digitais intervalares com o objetivo de controlar erros adquiridos no momento da digitalização da imagem.

Muitas pesquisas são realizadas para o desenvolvimento de métodos cada vez mais precisos para processamento de imagens digitais, e considerando o processo de segmentação de imagens digitais o primeiro passo da análise de imagens digitais e responsável para a obtenção de um bom resultado da mesma, uma maior atenção deve ser considerada durante a escolha de métodos para a segmentação. Segmentar uma imagem significa subdividi-la em várias partes significativa ou regiões, e esta não é uma tarefa muito trivial, pois, existem partes na imagem que provocam incertezas para definir em qual parte pertencerá durante o processo da segmentação da imagem digital. Na busca de soluções alternativas para segmentação de imagens digitais foi desenvolvido uma abordagem que utiliza a teoria intervalar associado com processamento de imagens digitais, ou mais específico, associado a métodos de segmentação de imagens digitais.

Neste trabalho foram desenvolvidos métodos intervalares de segmentação de imagens digitais e demonstrados seus desempenhos comparando com métodos “clássicos”, e também foi aplicado um desses métodos desenvolvidos em um estudo de caso, como uma ferramenta de auxílio ao diagnóstico médico de câncer de mama. Os métodos desenvolvidos foram dois: método *K-means* intervalar e método *K-means* semi-intervalar, sendo esses métodos uma extensão intervalar do método *K-means*.

**INTERVALS EXTENSIONS OF THE K-MEANS
SEGMENTATION METHOD FOR DIGITAL IMAGES:
COMPARATIVE AND CASE STUDIES**

Author: ADRIANA TAKAHASHI

Orientadores:

Prof. Dr. **Benjamín René Callejas Bedregal**

Prof. Dr. **Aarão Lyra**

ABSTRACT

The human possess an efficient visual system. Image processing is amongst the main areas that study the vision human system applied the techonology.

This study describes stages of digital image processing some of its methods. As well as some other problems related the images (digital). For some this problems is used intervalar boarding. The interval mathematics associated digital image processing has objective a control rigorous for different kind of error that involve continuous representations of real values. The

purpose considered for A. Lyra [Lyra, 2003] is represent digital images as intervals digital images whit objective of control errors acquired in digitalization of image.

Many research are made forwarding the development of precision methods for digital picture processing, and considering that segmentation of digital images, is a very important stage for a good result in analysis of digital images.

The segmentation of digital images being is made by methods, and amongst diverse methods for segmentation of digital images we extende the clustering method (*K-means*) a method to intervalar for segmentation of images (intervalars). Some metric studies had been made comparing intervalars of the method to intervalar, and also comparisons between the method to intervalar and the classic method of segmentation of digital images. Also developed a tool for a case study *mama cancer*.

Capítulo 1

Introdução

A maioria dos seres vivos percebem o mundo através dos sentidos, visão, audição, tato, paladar e olfato. Nos seres humanos, esses sentidos possibilitam perceber as informações ao seu redor, armazená-las na memória e processá-las através de um sistema de raciocínio dedutivo ou indutivo. O sentido da visão pode ser considerado o meio mais eficiente que os seres humanos possuem para captar as informações no ambiente que os cercam, e, a representação e o processamento dessas informações visuais tem papel fundamental, e histórico, na vida desses seres. Desde a antiguidade as imagens têm estado presente na vida dos seres humanos de diferentes formas, desde um simples registro para recordação, até em casos em que algumas imagens ou aplicações de imagens requerem uma interação visual bastante intensa.

O sistema visual humano é extremamente desenvolvido e complexo, segundo Rosenfeld [Rosenfeld, 1993] e possui a capacidade de processar e analisar uma grande quantidade de informações visuais. Tal sistema motiva o desenvolvimento de ferramentas tecnológicas, afim de, ampliar a capacidade e a sensibilidade visual dos seres humanos. Um exemplo é o processamento de imagens digitais.

Mas antes de descrever sobre o que é imagem e todo seu tratamento é preciso saber alguns conceitos fundamentais e como ocorre a formação e o processamento da imagem no próprio sistema visual humano. Para poste-

riormente definir o conceito de imagens e imagens digitais, bem como processamento de imagens digitais.

O sistema de visão humana, mais especificadamente, o olho humano pode ser comparado com uma câmera e de certa forma ocorrem várias similaridades bem evidentes. O olho humano capta as imagens através de mudanças fotoquímicas provocando impulsos nervosos que são transmitidos para nosso cérebro, onde, o cérebro interpreta esses impulsos e transmite a resposta. Já nas câmeras, as imagens são produzidas diretamente em um filme, mas também por meio da fotoquímica.

Apesar de várias pesquisas científicas sobre a visão humana, seu processamento ainda possui algumas lacunas, quando se trata, por exemplo, do processamento da informação realizado pela retina e pelo córtex visual do cérebro, algumas informações podem ser vistas em Gonzalez [Gonzalez and Woods, 1992].

O processamento de imagens vem na realidade da teoria de processamento de sinais, onde, uma das definições de imagem consiste em um suporte físico que carrega uma determinada informação em seu interior através de distribuições de intensidade de luz. O desenvolvimento de sistema de visão computacional é uma das atividades científicas que possui uma grande quantidade de pesquisadores. Dentro de sistema de visão computacional encontra-se, processamento de imagens digitais, computação gráfica, reconhecimento de padrões, entre outros. Em processamento de imagens digitais existem diversas áreas que utilizam de suas técnicas, tais como, a medicina, as indústrias, a geofísica, etc. E o desenvolvimento tecnológico em processamento de imagens possibilita o avanço em diversas áreas.

1.1 Motivação

Desenvolver métodos de processamento de imagens digitais que obtenham bons resultados para determinadas aplicações é um desafio para a

área tecnológica. Geralmente, essas técnicas fazem uso de uma grande área da computação, a inteligência computacional, entre as demais áreas utilizadas.

O conhecimento de uma parte do sistema visual humano, o processamento de imagens, possibilita desenvolver técnicas computacionais de funcionamento similar. Intuitivamente, parece que o processamento de imagens do sistema visual humano ocorre de forma simples, contudo, é uma das atividades que mais utiliza-se de neurônios do cérebro.

No dia-a-dia existem diversas técnicas que fazem uso de algum tipo de informação visual (imagem) processada computacionalmente, desde uma simples aplicação para diversão até em aplicações onde substitui o homem em diversas situações, de perigo ou também de precisão. As aplicações para o processamento de imagens digitais são diversas e, diferentes áreas se beneficiam com esse desenvolvimento. Entre uma dessas áreas está em destaque a medicina, onde o uso de imagens é muito frequente em qualquer atividade, sendo diagnósticos, cirurgias, etc.

Em casos onde exigem muita precisão nos dados resultantes do processamento de imagens digitais, se faz necessário métodos de processamento onde o erro contido seja o mínimo possível. O desenvolvimento de técnicas de processamento de imagens digitais que consigam controlar esses erros adquiridos computacionalmente vem a ser muito importante para essas técnicas.

1.2 Objetivo

A visão é o sentido do ser humano que possui a maior capacidade e captar informações. Essas informações são trazidas por imagens, contínuas ou estáticas, e através da análise dessas imagens consegue-se extrair as informações importantes das mesmas. A extração de informações dessas imagens podem ser feitas através do processamento de imagens digitais, e na análise dessas imagens é preciso realizar um passo muito importante, a segmentação de imagens digitais. O processo de segmentação de imagens digitais consiste

em dividir a imagem em partes onde, cada elemento da imagem que constitui um objeto conecta entre si formando contornos, linhas, bordas, e dando a forma do objeto para uma posterior análise e reconhecimento. Simplificando, a segmentação de imagens digitais tem como objetivo agrupar os elementos da imagem que formam o objeto e reduzir a quantidade de informações sem significado.

Durante algum processamento computacional, tratando com variáveis numéricas, ocorre alguns erros, alguns mais simples como truncamento ou arredondamento. Desenvolver métodos em processamento de imagens digitais, mais específico em segmentação de imagens digitais, que tenham um controle de erros computacionais vem ser o objetivo principal desse estudo. A área de processamento de imagens digitais ainda possui alguns problemas computacionais que são gerados na aquisição da imagem e também durante o processamento de algum método. A ideia de desenvolver técnicas que utilizam a teoria da matemática intervalar é bem aceita, pois, a matemática intervalar trataria dos erros gerados ou adquiridos computacionalmente e associados aos métodos de processamento de imagens, este obteria um controle do erro computacional.

A abordagem será feita através da segmentação de imagens digitais, à saber que é o processo importante para reconhecimento e análise de imagens digitais.

1.3 Organização da dissertação

Nos próximos capítulos dessa dissertação será apresentado alguns conceitos importantes e fundamentais para um melhor entendimento de imagens bem como seu processamento, tanto dos seres humanos quanto computacionalmente, em seguida, os processos que constituem o sistema de processamento de imagens digitais, principalmente o processo de segmentação de imagens digitais, sendo, apresentando em diversas abordagens, exemplos e

definições fundamentais.

A organização dessa dissertação está feita por capítulos, onde,
No Capítulo 1: introdução com a motivação e o objetivo deste estudo.

No Capítulo 2: abordagem do conceito de imagem, tanto para o sistema visual humano quanto para o sistema computacional, bem como seu processamento (digital) e alguns conceitos fundamentais. Em imagem digital é apresentado algumas formas de ser adquirida computacionalmente bem alguns de seus problemas, e também algumas propriedades básicas sobre a imagem digital, como os elementos que a constitui (os pixels), e algumas operações sobre pixels. Por fim é mostrado a estrutura do processamento de imagens e, descrito brevemente suas características.

No Capítulo 3: descrição detalhada sobre o processo de segmentação de imagens digitais com abordagem de suas principais características, métodos e problemas.

No Capítulo 4: estudo sobre a matemática intervalar, afim de utilizá-la para o capítulo seguinte.

No Capítulo 5: descrição do processamento de imagens digitais associado com conceitos da matemática intervalar mostrando as vantagens e os novos conceitos para processamento de imagens digitais, processamento de imagens digitais intervalares.

No Capítulo 6: apresentado alguns dos métodos de segmentação intervalar desenvolvidos para processamento de imagens digitais intervalares, segmentação intervalar.

No Capítulo 7: estudo de caso, um estudo sobre os conceitos sobre câncer de mama bem como seu diagnóstico. Neste capítulo é apresentado também um método de auxílio ao diagnóstico do câncer de mama, onde é utilizado as técnicas de segmentação intervalar.

No Capítulo 8: considerações finais.

Capítulo 2

Processamento de Imagens Digitais

2.1 Introdução

A imagem, matéria-prima neste estudo, acompanha o homem desde seus primórdios, e com o avanço tecnológico, ela está cada vez mais presente no nosso dia-a-dia. O homem possui um sistema visual que é extremamente desenvolvido e complexo, sendo o meio mais eficiente para a captura de informações do ambiente ao seu redor, com isso, para aumentar a qualidade e auxiliá-lo no processamento dessas informações visuais, é introduzido o uso da computação. Processamento de imagens digitais (PID) tem como uma de suas metas compreender o sistema visual humano para desenvolver técnicas para um sistema artificial de visão, fornecendo ferramentas que objetivam a melhoria da informação visual. Processamento de imagens digitais é extremamente complexo e amplo, pois, envolve diversas áreas e possui uma diversidade de aplicações em diferentes áreas, servindo como apoio ao desenvolvimento de muitas pesquisas científicas, tal como na medicina, na biofísica, na bioquímica, entre outras áreas.

Neste capítulo, serão apresentados alguns termos e conceitos fundamentais relacionados a PID, essenciais para o desenvolvimento e compreen-

são deste estudo. Mas primeiramente será mostrado uma breve introdução sobre o mecanismo de visão humana.

2.2 Sistema Visual Humano

A visão humana é responsável pela captura de um grande volume de informações e por seu processamento através do cérebro. O sistema visual humano é um complexo sistema biológico que permite ao ser humano capturar e interpretar informações do ambiente que o cerca. A Figura 2.1 mostra a estrutura simplificada do olho humano.

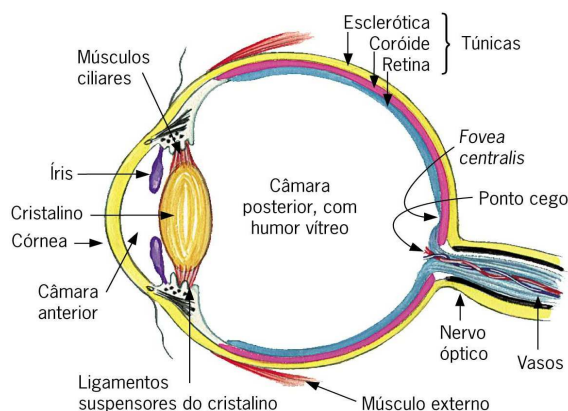


Figura 2.1: Olho humano em corte. Fonte: [Silva and Sasson, 1998].

O sistema visual consiste dos olhos, dos nervos óticos e do cérebro. O olho humano é uma esfera de aproximadamente 20 mm de diâmetro, [Gonzalez and Woods, 1992, Silva and Sasson, 1998], e possui como membranas: a córnea, a coróide e a retina. A córnea é um tecido resistente e transparente que cobre a parte frontal do olho e refrata a luz, agindo de forma similar a uma lente de câmera fotográfica convergindo a luz. Após da córnea, a camada anterior ou frontal contém o humor aquoso, que é um líquido claro. Após o humor aquoso encontra-se a íris, que determina a cor dos olhos de cada pessoa. A modificação do tamanho de um pequeno orifício localizado no centro da íris, a pupila, controla a quantidade de luz que entra no olho. O diâmetro

da pupila varia em aproximadamente 1,5 mm a 8 mm. Após a íris encontra-se o cristalino, formado por fibras transparentes encaixadas em uma membrana elástica e transparente. O cristalino é aproximadamente do tamanho e do formato de um feijão pequeno e é responsável pelo foco da luz. Outras partes do olho envolvidas na focalização da luz são a curvatura da córnea e os líquidos do humor vítreo e aquoso [HO, 2004].

Na parede posterior interna do olho encontra-se a retina, onde, a luz focalizada é projetada. A retina possui, entre outros elementos, dois tipos de células que detectam a luz e a transforma em sinal neuronal, os cones e os bastonetes, mostrados na Figura 2.2.

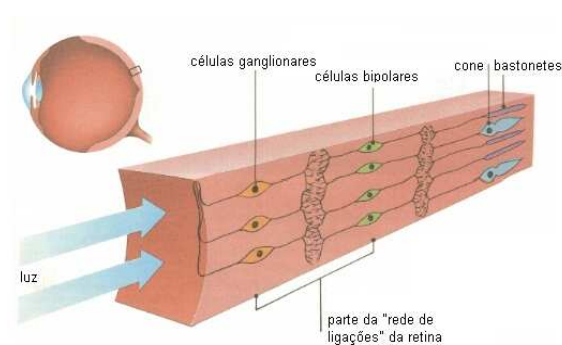


Figura 2.2: Figura celular: cones e bastonetes. Fonte: [CEFETSP, 2005].

Os cones estão localizados no centro da retina, a fóvea, e são aproximadamente em 7 milhões de células e os bastonetes estão concentrados na periferia da retina, e são aproximadamente 125 milhões de células. Os cones são responsáveis pela percepção das cores e são sensíveis ao alto nível de iluminação, enquanto que os bastonetes são responsáveis pela visão periférica e distinguem os tons de cinza, e são sensíveis ao baixo nível de iluminação. Os bastonetes são cerca de 100 vezes mais sensíveis à luz do que os cones, porém, não conseguem distinguir cores [Azevedo and Conci, 2003].

A retina possui um tempo de saturação, onde a exposição à luz e a intensidade luminosa permitem sua recepção e transformação da informação visual em sinais nervosos que são transmitidos para o cérebro através do nervo

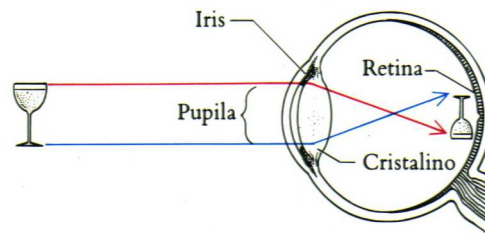


Figura 2.3: Sistema visual humano. Fonte: [PV, 2005].

ótico, como mostra a Figura 2.3.

No fundo do olho existe uma região onde nervo ótico liga ao cérebro, essa região é denominada de ponto cego. Nessa região não existem as células receptoras sensíveis a luz, portanto, as imagens formadas nesta região não serão visíveis. Existe uma fina camada localizado externamente à retina, a coróide, que tem a função de alimentar as várias camadas do olho e impedir que a luz seja refletida de volta aos cones e bastonetes, absorvendo a luz. Devido a essas funções a coróide possui uma pigmentação escura.

2.2.1 Processo de Formação da Imagem

A recepção de sinais luminosos é feito através do sistema visual humano. O sinal luminoso de uma imagem é focalizado pelo cristalino formando uma imagem em receptores discretos de luz sobre a superfície da retina através dos cones e dos bastonetes. A transformação da luz luminosa pela retina é realizada através de células nervosas sensíveis à intensidade e ao comprimento da onda da luz, transformando esses sinais luminosos em sinais nervosos à serem transmitidos ao cérebro através do nervo ótico [Azevedo and Conci, 2003]. O processo no cérebro de reconhecimento de uma imagem é bastante complexo, e está localizado na região cerebral responsável por ações lógicas e emocionais.

A luz é uma onda eletromagnética, sendo assim, o que é captado na verdade são ondas eletromagnéticas que, através do sistema visual são

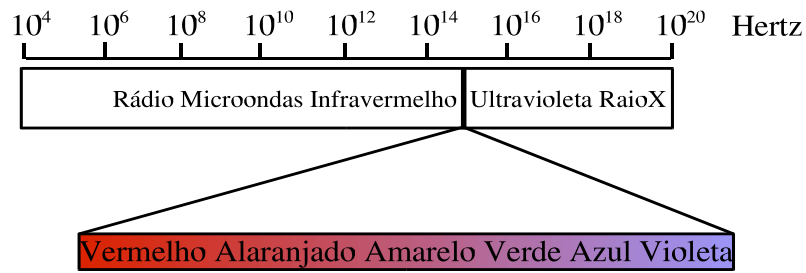


Figura 2.4: Frequências do espectro eletromagnético.

transformadas em imagens. As ondas eletromagnéticas cobrem um intervalo amplo de frequência, ou comprimento da onda, ver Figura 2.4.

O comprimento da onda eletromagnética, ou espectro eletromagnético, corresponde ao espectro luminoso, ou às cores, vistas nas Figura 2.4 e 2.5.

Violeta	Azul	Ciano	Verde	Amarelo	Laranja	Vermelho
380-450	450-480	480-490	490-560	560-580	580-600	600-700

Figura 2.5: Comprimentos de ondas (nm).

A variação do tamanho do comprimento de ondas eletromagnéticas fazem com que a íris se ajuste de forma a focalizar melhor a luz por sua distância. O comprimento da onda maior corresponde ao vermelho, sendo de menor espectro visível.

A dispersão da luz, mostrado nas Figuras 2.4 e 2.5 e descoberto por Isaac Newton em 1666 [Azevedo and Conci, 2003] é a mistura de todas as cores do espectro gerando o branco. A cor de objetos que não emitem luz própria é percebido como a reflexão de sua energia, ou seja, uma parte da luz é absorvida por sua superfície e a outra é refletida, chegando assim ao sistema visual humano que interpreta essa luz como objetos, gerando as imagens.

2.3 Imagens Analógicas e Imagens Digitais

Uma imagem pode ser considerado como tudo o que podemos enxergar, devendo ser entendido o significado desse termo de forma intuitiva. Mas, encontramos na literatura diferentes formas de definir imagem [Joly, 1996, Gonzalez and Woods, 1992]. Na forma abstrata, uma imagem refere-se a um suporte físico que carrega no seu interior uma quantidade de informações. No ponto de vista da Óptica, uma imagem é um conjunto de pontos que convergem num plano. No ponto de vista Computacional, uma imagem representa um fenômeno estudado e descrito na forma de uma organização de dados sob uma forma bidimensional ou matricial. O termo imagem, inicialmente estava associado ao domínio da luz visível, e, segundo Gonzalez [Gonzalez and Woods, 1992], “uma imagem refere-se a uma função f de intensidade luminosa, onde o valor (ou amplitude) de f nas coordenadas espaciais (x, y) é proporcional à intensidade (brilho) da imagem no ponto (x, y) ”. Quando a representação de uma imagem possui várias funções f de intensidade luminosa, significa que, a imagem possui várias bandas de frequências (para intensidades luminosas) diferentes e cada banda é representada por uma função f . Como é o caso das imagens coloridas, por exemplo, imagens RGB formadas pela informação das cores primárias R *red* (*vermelho*), G *green* (*verde*) e B *blue* (*azul*). A Figura 2.6 mostra uma imagem em níveis de cinza.



Figura 2.6: Tipo de imagen em níveis de cinza.

As imagens captadas por nosso sistema de visão consistem do

reflexo da luz dos objetos e, a função f representa o produto da interação entre a iluminação e a reflectância de objetos em uma cena. Para representar e manipular imagens nos computadores é definido um modelo matemático adequado para tal finalidade. A digitalização, é o processo que transforma a imagem de sua forma natural para uma forma digital, convertendo a imagem que enxergamos para um formato numérico, que pode ser representada como uma matriz de amostragem.

Sistemas computacionais não foram elaborados para tratarem com imagens, logo, para a manipulação computacional de imagens analógicas (ou naturais) é fundamental transformar essas imagens em uma representação digital. Essa representação requer um modelo matemático que perceba a variação das informações dos impulsos luminosos que chegam até nossos olhos e os represente em um espaço.

A representação de imagens podem serem encontradas de diversas formas, mas geralmente encontramos as imagens impressas ou como sinais de vídeo, que podem ser digitalizadas por *scanners* ou *frame grabbers*, entre outros tipos de digitalizadores.

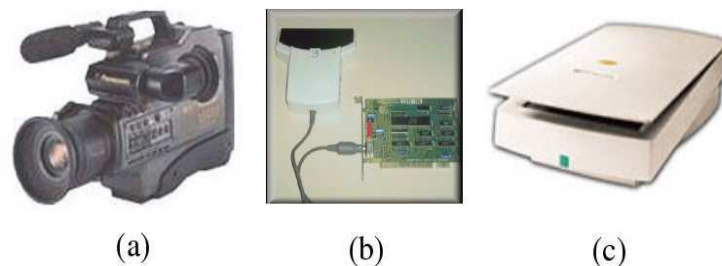


Figura 2.7: Tipos de digitalizadores: (a) câmera, (b) scanner de mão, (c) scanner de mesa.

A Figura 2.7 mostra três tipos de equipamentos para aquisição de imagem, o item (a) mostra uma câmera, o item (b) e (c) mostram um scanner.

Na digitalização a imagem é convertida em pequenas regiões

igualmente espaçadas denominadas de *picture elements* (elementos da figura) ou brevemente de *pixels*. Esse processo ocorre pois, é preciso digitalizar a imagem tanto espacialmente quanto em amplitude. Matematicamente, a imagem digital é o resultado da transformação da função contínua para uma outra função f com valores discretos. A digitalização das coordenadas espaciais (x, y) é denominada de amostragem da imagem e a digitalização da amplitude f é denominado de quantização em níveis de cinza (para imagens em níveis de cinza) ou quantização em níveis por três estímulos óticos diferentes (para imagens coloridas). O resultado da imagem digital é representado no formato de matriz, em que, os elementos da matriz constituem os *pixels*, cujos valores são proporcionais à medida da reflexão da luz, associados a um número inteiro.



Figura 2.8: Representação de imagem digital.

A Figura 2.8 é uma representação de uma imagem digital em níveis de cinza, mostrando os eixos (x, y) como amostragem, e considerando a imagem uma função f , temos a quantização de cada amostragem.

Uma imagem digital é representada pela amostragem dada por $N_1 \times N_2$ *pixels* e pela quantização por n bits/*pixel*, onde, N_1 , N_2 e n correspondem a valores inteiros. Um exemplo muito comum de ser encontrado é uma imagem de 512×512 *pixels* de 8 bits/*pixel*, ou seja, uma matriz de 512×512 *pixels* de 256 níveis de cinza.

A amostragem e a quantização de uma imagem determinam a qualidade da imagem, onde, a alteração da amostragem e/ou da quantização implica na modificação dos detalhes, ruídos e definição contidos na imagem. O melhor valor para a amostragem ou da quantização para determinar a qualidade de uma imagem não é possível de se definir, uma vez que, a qualidade da imagem é dependente do propósito da imagem.

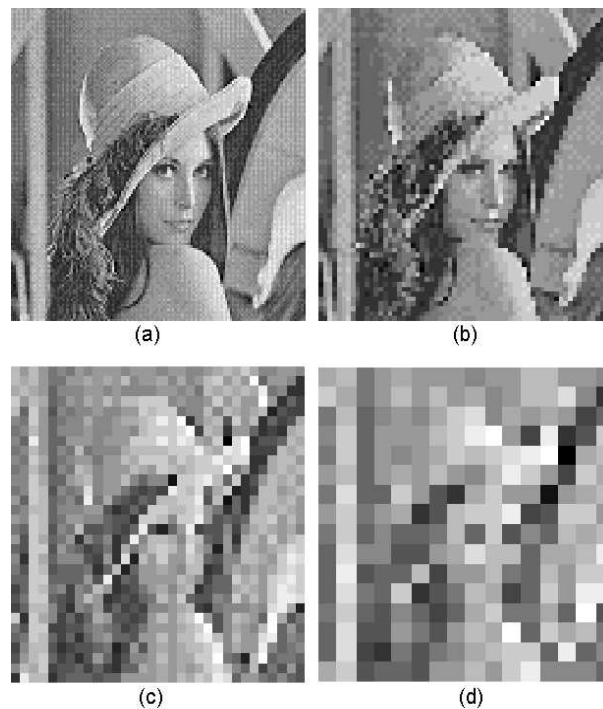


Figura 2.9: Exemplos de amostragens: (a) 128x128 *pixels*, (b) 64x64 *pixels*, (c) 32x32 *pixels*, (d) 16x16 *pixels*.

A Figura 2.9 mostra várias imagens de uma mesma cena com diferentes valores para a amostragem da imagem, onde são mostradas imagens de 128x128 *pixels*, 64x64 *pixels*, 32x32 *pixels* e 16x16 *pixels*, respectivamente.

Considerar-se-á partir deste ponto os termos, imagem e *pixels* como sendo, imagem digital e elementos da imagem, respectivamente; e também se tratará, por motivos de simplicidade, somente imagens em níveis de cinza. Porém, os conceitos e resultados apresentados podem ser estendidos para imagens coloridas.

2.4 *Pixels* e suas Propriedades

Como dito anteriormente, a transformação de uma imagem contínua em digital é realizada através da transformação da amostragem, da quantização e da codificação da imagem convertendo a imagem em uma quantidade finita de pequenas regiões simétricas (*pixels*), onde, o mais comum é encontrado no formato quadrado ou retangular, similar a um tabuleiro de xadrez, e representado como matriz. O formato retangular da amostragem dos *pixels* ocorre devido a sua facilidade de processamento e manipulação nas aplicações de processamento.

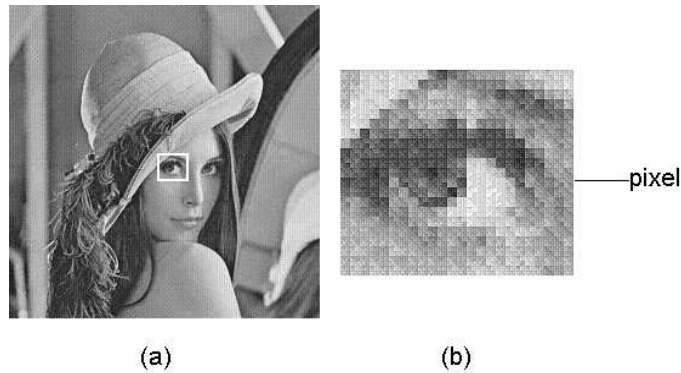


Figura 2.10: Exemplificando *pixels*: (a) imagem original, (b) representação de *pixels* da área destacada em (a).

Um exemplo da representação de *pixels* pode ser visto na Figura 2.10, onde, é selecionado uma parte na imagem original do item (a) cujos *pixels* são mostrados em (b).

2.4.1 Vizinhança de um *Pixel*

Sejam a imagem representada por f e a matriz de *pixels* representado por I , onde um *pixel* $p(x, y) \in I$, então:

- Vizinhança-de-4 (ou vizinhança de borda): representado por $N_4(p(x, y))$, onde, a vizinhança-de-4 de $p(x, y)$ é definida como o conjunto dos *pixels*

que o cercam na vertical e na horizontal, desconsiderando as diagonais. Esta vizinhança pode ser expressa pelas coordenadas,

$$(x + 1, y), (x - 1, y), (x, y + 1), (x, y - 1)$$

- vizinhança-de-D (ou vizinhança na diagonal): representado por $N_D(p(x, y))$, onde, a vizinhança-de-4 na diagonal de $p(x, y)$ é definida como o conjunto dos *pixels* que o cercam nas diagonais. Esta vizinhança pode ser expressa pela coordenadas,

$$(x + 1, y + 1), (x + 1, y - 1), (x - 1, y + 1), (x - 1, y - 1)$$

- vizinhança-de-8: representado por $N_8(p(x, y))$, onde, a vizinhança-de-8 de $p(x, y)$ é definida como o conjunto de todos os *pixels* que o cercam, ou seja, a união de $N_4(p(x, y))$ e $N_D(p(x, y))$. Esta vizinhança é baseada em seus oito vizinhos próximos, que inclui os vizinhos de borda e os vizinhos de diagonal, expressa pelas coordenadas,

$$(x + 1, y), (x - 1, y), (x, y + 1), (x, y - 1) \text{ e}$$

$$(x + 1, y + 1), (x + 1, y - 1), (x - 1, y + 1), (x - 1, y - 1)$$

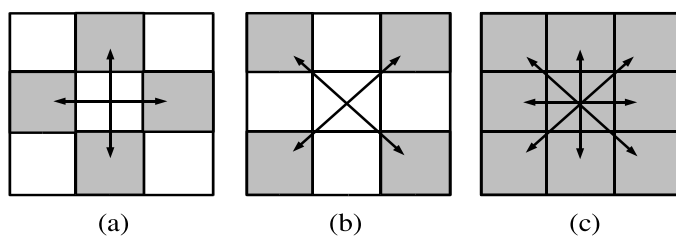


Figura 2.11: Exemplos de vizinhança de um *pixel*: (a) vizinhança-de-4, (b) vizinhança-de-4 (diagonal), (c) vizinhança-de-8.

A vizinhança de *pixels* pode ser representado como mostra a Figura 2.11, onde, o quadrado central é o *pixel* p e seus vizinhos (4, D ou 8) também estão pintados.

2.4.2 Conectividade entre *Pixels*

A definição de conectividade de dois *pixels* é da existência de características em comum entre eles, e que sejam vizinhos, condicionada pela definição de vizinhança-de-4 e vizinhança-de-8. Essa definição é muito importante, pois, é usada em vários métodos em processamento de imagens, por exemplo, estabelecer bordas de uma imagem e identificar componente de regiões em uma imagem.

Seja V um conjunto valores de níveis de cinza, dois *pixels* p e q assumindo valores em V são conectados em:

- Conectividade-de-4: p e q são conectados-de-4 se q está no conjunto $N_4(p)$;
- Conectividade-de-8: p e q são conectados-de-8 se q está no conjunto $N_8(p)$;
- Conectividade-de- m (ou conectividade mista): p e q são conectados-de- m se q está no conjunto de $N_4(p)$, ou se q está no conjunto $N_D(p)$ e o conjunto $N_4(p) \cap N_4(q) = \emptyset$.

A conectividade-de- m é uma modificação da conectividade-de-8, utilizada para eliminar algumas conexões ambíguas que frequentemente aparecem na conectividade-de-8.

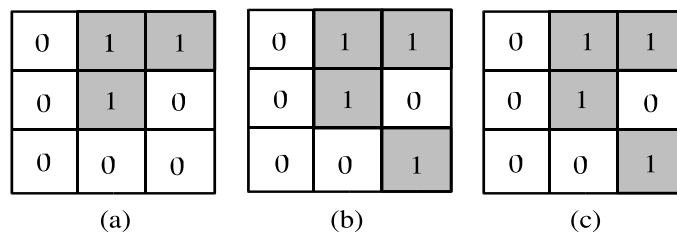


Figura 2.12: Exemplos de conectividade de $V = \{1\}$: (a) conectividade-de-4, (b) conectividade-de-8, (c) conectividade-de- m .

A conectividade de *pixels* pode ser representado pela Figura 2.12, onde, exemplos da conectividade de $V = \{1\}$ é mostrado para conectividade-de-4, conectividade-de-8 e conectividade-de-m.

2.4.3 Rotulação

A rotulação de componentes conexos de uma imagem busca rotular quantas conexões existem na imagem. O processo de rotulação inicia-se do primeiro *pixel*, de cima para baixo e da esquerda para a direita. Durante o processo é verificado se o *pixel* p está conexo com sua vizinhança (vizinhança-de-4, vizinhança-de-D ou vizinhança-de-8), caso exista conectividade de p com algum de seus vizinhos, este é rotulado e seu(s) vizinho(s) também, e é verificado em cada *pixel* rotulado se existe conexão com outros vizinhos, caso contrário passa-se para o próximo *pixel* a ser verificado.

2.4.4 Métricas entre *Pixels*

Em processamento de imagens é muito comum usarmos alguns tipos de métricas. A definição clássica da distância euclidiana entre dois *pixels* é utilizada com muita frequência, mas devido aos problemas do formato dos *pixels*, geralmente no formato de um quadrado, interfere na execução de alguns algoritmos. Existem diferentes métricas em função da conectividade entre *pixels*.

Abaixo será mostrado alguns exemplos de medidas de distâncias, tendo um maior aprofundamento nos capítulos seguintes.

- Distância Euclidiana: a distância euclideana entre dois *pixels* $p(x, y)$ e $p(u, v)$ é dada pela função:

$$d_E(p(x, y), p(u, v)) = \sqrt{(x - u)^2 + (y - v)^2}$$

- Distância d_4 (ou distância *City-Block*): ou distância quarteirão, entre

dois *pixels* $p(x, y)$ e $p(u, v)$ é dada pela função:

$$d_4(p(x, y), p(u, v)) = |x - u| + |y - v|$$

- Distância d_8 (ou distância Tabuleiro ou distância Xadrez): a distância d_8 entre dois *pixels* $p(x, y)$ e $p(u, v)$ é dada pela função:

$$d_8(p(x, y), p(u, v)) = \max(|x - u|, |y - v|)$$

2.5 Operações Lógicas-Aritméticas entre *Pixels*

As operações lógicas e aritméticas são usadas nos mais diversos ramos de processamento de imagens. Essas operações podem ser efetuadas *pixel a pixel* ou orientadas a vizinhança em uma matriz de inteiros (imagem). As operações *pixel a pixel* consistem em aplicar os operadores sobre dois *pixels* de diferentes imagens, geralmente isso ocorre com o primeiro *pixel*, de cima para baixo e da esquerda para a direita, percorrendo toda a matriz. As operações orientadas a vizinhança utilizam as operações com máscaras, encontradas em aplicações com filtros ou janelas. A idéia das operações com máscara é fazer com que o valor atribuído a um *pixel* seja uma função de seu nível de cinza bem como do nível de cinza dos seus vizinhos. Aplicações dessas operações em imagens é devido à redução de ruídos, remoção de informações estáticas de fundo, correção do sombreamento de níveis de cinza produzidos pela não-uniformidade da iluminação ou no sensor usado na aquisição da imagem, detecção de características, e análise de formas.

2.5.1 Operações Aritméticas

As operações aritméticas estão presentes no processamento de imagens constantemente. Efetuar uma operação com *pixels* de uma imagem é similar a efetuar uma operação com dois números reais, desde que respeitando

os valores mínimos e máximos de intensidade. Existem algumas soluções para este problema, no entanto não muito favoráveis devido à perda de informações, tais como o truncamento de valores que excedem o limite mínimo ou máximo, ou a predição da representação de valores fora da faixa de valores válidos seguida da normalização dos resultados. Os valores mínimo e máximo de níveis de cinza da imagem geralmente utilizados são 0 (preto) e 255 (branco).

As operações aritméticas entre dois *pixels* p e q nas coordenadas (x, y) e (u, v) , respectivamente, são denotadas como,

- Adição: $a = p + q$;
- Subtração: $s = p - q$;
- Multiplicação: $m = p * q$;
- Divisão: $d = p/q$, para $q \neq 0$.

2.5.2 Operações Lógicas

As operações lógicas são ferramentas básicas para o processamento de imagens binárias usadas principalmente no mascaramento, na extração de características e na análise de formas. A imagem binária é uma imagem digital I , tal que, $p(i, j) \in I$, e $p(i, j) = 0$ ou $p(i, j) = 1$, para $\forall i \in N_1$ e $\forall j \in N_2$, i e $j \in \mathbb{Z}$. A imagem possui somente uma intensidade de nível de cinza em sua totalidade. De forma análoga às operações aritméticas as operações lógicas realizadas sobre toda a imagem ocorrem *pixel a pixel*.

As principais operações lógicas utilizadas em processamento de imagens são *E*, *OU* e *Complemento* ou *Negação*. Todas essas operações podem ser aplicadas em imagens, inclusive o *complemento*, que é uma operação unária. As operações lógicas são consideradas muito eficientes, pois, permitem ser combinadas para formar qualquer outra operação lógica.

As operações lógicas entre dois *pixels* p e q são denotadas como,

- E: $p E q$;

- OU: $p \text{ OU } q$;
- Complemento (ou negação): $\tilde{N}\tilde{A}\tilde{O}q$;

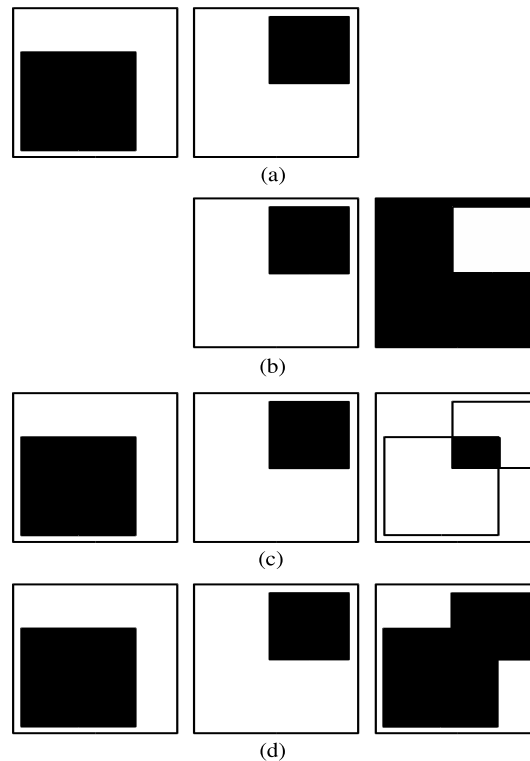


Figura 2.13: Exemplo de operadores lógicos: (a) imagens A e B, (b) op. $\tilde{N}\tilde{A}\tilde{O}$, (c) op. E , (d) op. OU .

A Figura 2.13 mostra alguns exemplos aplicando-se as operações $\tilde{N}\tilde{A}\tilde{O}$, E , e OU . No item (a) são apresentadas duas imagens A e B , o item (b) mostra o resultado da operação $\tilde{N}\tilde{A}\tilde{O}$ sobre a imagem B , o item (c) mostra o resultado da operação E da imagem A com a imagem B , e o item (d) mostra o resultado da operação OU da imagem A com a imagem B .

2.6 Morfologia Matemática

A palavra morfologia significa o estudo das formas, e áreas como Biologia, Fisiologia, Anatomia ou Gramática, estudam alguns componentes

como, forma, posição, estrutura e transformações de elementos. A morfologia matemática para imagens tem com uma de suas metas a extração de informações, sendo utilizado como uma ferramenta para a extração de componentes de imagens para identificação, representação e descrição da mesma.

A base teórica para a morfologia matemática [Banon and Barrera, 1998, Gonzalez and Woods, 1992, Martins, 2001] é a teoria dos conjuntos. A análise da morfologia binária em uma imagem binária consiste em processar um conjunto (imagem binária) com um outro conjunto (elemento estruturante). A representação de uma imagem para a morfologia matemática é feita através de subconjuntos da imagem por seus *pixels*. Existem duas operações morfológicas mais comuns, conhecidas como erosão e dilatação.

1	1	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0
1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0
	(a)			(b)			(c)			(d)	

0	1	0	0	0	1	1	0	0
0	1	0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	1	0	0	0	0	1
	(e)			(f)			(g)	

Figura 2.14: Exemplos de máscaras morfológicas: (a) inteiro, (b) em x, (c) em +, (d) horizontal, (e) vertical, (f) diagonal à esquerda, (g) diagonal à direita.

Nas operações morfológicas binárias, o elemento estruturante E é a representação de um conjunto binário, onde os valores 1's são os valores ativos e os 0's são os nulos. Na Figura 2.14 temos o exemplo de algumas máscaras dos elementos estruturantes mais comuns.

Para efeito de ilustração dos operadores morfológicos será utilizada a seguinte imagem binária abstrata, Figura 2.15.

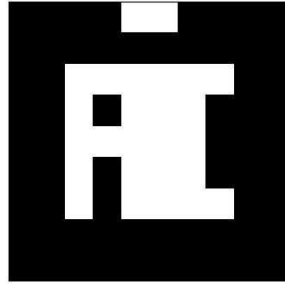


Figura 2.15: Imagem binária.

As operações morfológicas por tratarem-se de operações com conjuntos podem realizar operações entre imagens, ou entre os elementos da imagem.

2.6.1 Definições Básicas

Antes de caracterizar as operações de dilatação e erosão para imagens binárias serão vistas algumas definições fundamentais.

Sejam A e B subconjuntos em \mathbb{Z}^2 , com $a \in A$ e $b \in B$. Logo,

- Translação: a translação de A por $x = (x_1, x_2)$ denotada por $((A)_x)$, é definida como:

$$(A)_x = \{c \mid c = a + x, \text{ para } a \in A\}$$

- Reflexão: a reflexão de B por $x = (x_1, x_2)$, denotada por (\hat{B}) é definida como:

$$\hat{B} = \{x \mid x = -b, \text{ para } b \in B\}$$

- Complemento: o complemento de A por x , denotada por (A^c) é definida como:

$$A^c = \{x \mid x \notin A\}$$

- Diferença: a diferença de A por B , denotada por $(A - B)$ é definida como:

$$A - B = \{x \mid x \in A, x \notin B\} = A \cap B^c$$

2.6.2 Dilatação

A operação de dilatação faz com que o objeto na imagem dilate e também faz com que pequenos “buracos” sejam retirados, de acordo com o elemento estruturante escolhido. O objeto de interesse da imagem, cada *pixel* é marcado com o valor 1, e no processo de dilatação muda-se o valor do *pixel* para 1 se este satisfizer a operação, os outros *pixels* são marcados com 0's.

A operação de dilatação é da por: considere dois subconjuntos, A e $E \in \mathbb{Z}^2$, onde A é o subconjunto da imagem e o E é o subconjunto do elemento estruturante. O subconjunto E é aplicado ao subconjunto A tal que, a dilatação de A por E é denotada por, $A \oplus E = \{x \mid (\hat{E})_x \cap A \neq \emptyset\}$ [Gonzalez and Woods, 1992], onde, o processo de dilatação começa na obtenção da reflexão de E em torno de sua origem, seguido da translação dessa reflexão por x . A dilatação de A por E é então o subconjunto de todos os deslocamentos x tais que \hat{E} e A sobreponham-se em pelo menos um elemento não nulo.

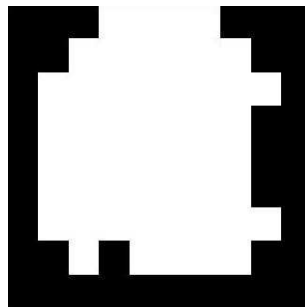


Figura 2.16: Resultado da dilatação da imagem da Figura 2.15 com o elemento estruturante da Figura 2.14 (a).

A Figura 2.16 representa a dilatação de A por E , onde, o subconjunto A representa a imagem da Figura 2.15 e E representa o subconjunto do elemento estruturante da Figura 2.14 (a).

2.6.3 Erosão

Enquanto a dilatação faz com que os objetos constituintes na imagem dilate, a erosão faz com que diminuam.

Para se obter essa operação, toma-se cada *pixel* pertencente ao objeto (com valor 1) e modifica para 0, se o *pixel* estiver conectado ao fundo (com valor 0).

A operação de erosão de A por E é denotado como, $A \ominus E = \{x \mid (E)_x \subseteq A\}$, onde A é o subconjunto da imagem, E_x o elemento estruturante, e a erosão de A por E resulta no subconjunto de pontos x tais que E transladado por x esteja contido em A .

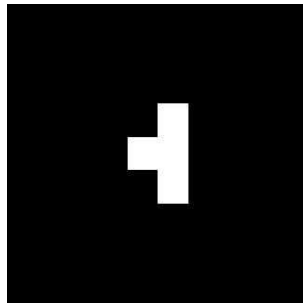


Figura 2.17: Resultado da erosão da Figura 2.15 com o elemento estruturante da Figura 2.14 (a)

A Figura 2.17 mostra o resultado da erosão na imagem da Figura 2.15 com o elemento estruturante da Figura 2.14 (a).

A partir dessas duas operações, dilatação e erosão, é possível gerar outras operações, como a operação de abertura e também de fechamento.

2.6.4 Abertura

Como foi visto, a dilatação dilata a imagem, e a erosão reduz a imagem. A operação de abertura faz uso dessas duas operações, dilatação e erosão, com o intuito de suavizar os contornos da imagem.

A operação de abertura é dada por $A \circ E = (A \ominus E) \oplus E$, onde,

a abertura do subconjunto A pelo elemento estruturante E é realizado através da erosão de A por E seguido da dilatação por E .

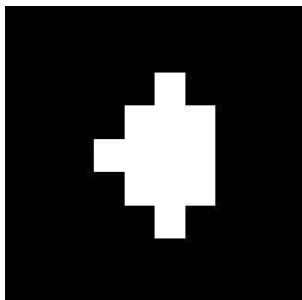


Figura 2.18: Resultado da abertura da figura 2.15 com o elemento estruturante da figura 2.14 item (a)

A Figura 2.18 mostra o resultado da abertura na imagem da Figura 2.15 com o elemento estruturante da Figura 2.14 (a).

2.6.5 Fechamento

A operação de fechamento tem como objetivo suavizar os contornos, assim como a abertura, mas, unindo fendas e eliminando pequenos “buracos”.

A operação de fechamento é dado por $A \bullet E = (A \oplus E) \ominus E$, onde, o fechamento do subconjunto A pelo elemento estruturante E é realizado através da dilatação de A por E seguido da erosão por E .

A Figura 2.19 mostra o resultado do fechamento na imagem da Figura 2.15 com o elemento estruturante da Figura 2.14 (a).

Até aqui foram mostrados alguns conceitos fundamentais e essenciais para processamento de imagens digitais. A seguir serão tratados alguns problemas relativos à imagens digitais.

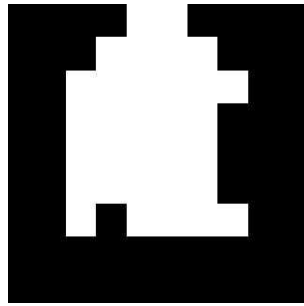


Figura 2.19: Resultado do fechamento da Figura 2.15 com o elemento estruturante da Figura 2.14 item (a)

2.7 Alguns Problemas Encontrados em Imagens

Reconhecer um objeto em uma imagem através do sistema visual humano ocorre de forma natural e aparentemente simples, mas que envolve uma infinidade de informações para realizar essa simples tarefa. A tecnologia atual é capaz de computar uma grande quantidade de cálculos e trabalhar com uma grande quantidade de dados, porém, não consegue realizar algumas tarefas simples consideradas pelos seres humanos ou animais, tal como o reconhecimento de um objeto por ilusão de ótica, como visto na Figura 2.20.

Na Figura 2.20 pode ser facilmente visto um quadrado no item (a) e um triângulo no item (b) desenhados sobre as demais figuras de cada item, porém, computacionalmente um sistema não possui a mesma habilidade em processar essa informação com a mesma facilidade. Isto é um dos problemas encontrados relacionados a imagens.

Um outro problema ocorre na digitalização de uma imagem, que podem fazer com que a imagem sofra algumas degradações tendo perdas durante a discretização da imagem, tanto espacialmente quanto em amplitude. Para obtenção de uma imagem de boa qualidade devem ser considerados os problemas relacionados a aquisição da imagem, a amostragem, a quantização dos níveis de cinza, a construção de uma imagem bidimensional a partir de

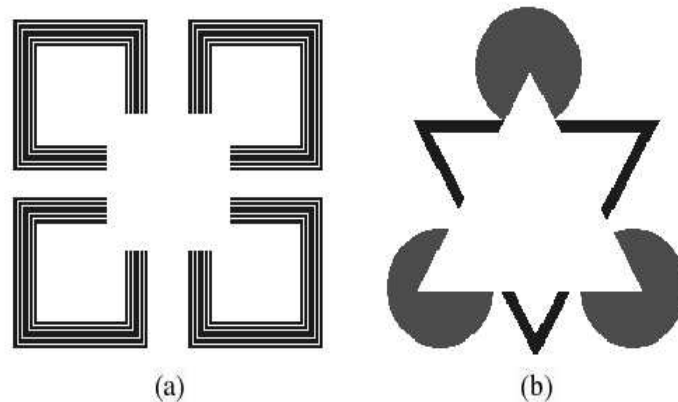


Figura 2.20: Exemplos de ilusão de óptica: (a) ilusão quadrado, (b) ilusão triângulo

dados unidimensionais, entre outros.

Como foi dito anteriormente, a resolução da amostragem e da quantização altera o resultado da imagem digital. Durante a digitalização ocorrem dois problemas, a transformação de sinais contínuos para coordenadas espaciais discretas, a conversão de valores contínuos em valores discretos. Não existem critérios que mostrem qual a melhor resolução a adotar para uma imagem de boa qualidade. Porém, é possível resolver o problema causado pela digitalização da amplitude de uma imagem. A quantização de uma imagem digital pode ser resolvida associando-se imagens digitais com a matemática intervalar gerando imagens digitais intervalares, definidas no Capítulo 5.

As técnicas de melhoria de qualidade de imagens podem ser feitas de diversas formas, podendo ser através da restauração ou realce de imagens que buscam minimizar as degradações causadas na imagem.

2.8 Sistema de Processamento de Imagens Digitais

Processamento de imagens digitais [Azevedo and Conci, 2003, Costa, 1999, Gonzalez and Woods, 1992, Jain, 1989, Kropatsch et al., 1996, Lyra, 2003, Offen, 1985], requer desde conhecimentos teóricos até recursos de *hardware* e *software*. O sistema de processamento de imagens digitais é formado pelos seguintes passos: *aquisição de imagens*, *pré-processamento*, *análise de imagens*. O sistema de processamento de imagens é muito flexível quanto aos passos a serem seguidos, por exemplo, não há necessidade de seguir todos os processos acima, pois, depende da aplicação para o problema a ser resolvido.

O processo de *aquisição de imagens* consiste em adquirir uma imagem digital. Esse passo faz uso de sensores que captam uma imagem natural e a digitaliza. Alguns exemplos de dispositivos de aquisição de imagens são: câmeras, *scanners*, ou sensores com infravermelho, mapeamento magnético ou radares.

Após a obtenção da imagem o próximo passo é o *pré-processamento* da imagem, com o objetivo de melhorar a imagem corrigindo possíveis erros de aquisição e degradação para um melhor resultado no final do processo. As técnicas que envolvem esse passo geralmente são técnicas de realce da imagem, restauração da imagem, remoção de ruídos e isolamento de regiões.

Outro passo trata-se da *análise de imagens* que é composto por: *segmentação*, *representação e descrição*, e *reconhecimento e interpretação*.

A *segmentação* de imagens é o primeiro passo da *análise de imagens* e tem como objetivo segmentar uma imagem ou seja, subdividir uma imagem em partes ou objetos significativos. Esta é uma etapa que contribui substancialmente para o sucesso ou fracasso da solução do problema. Existe uma diversidade de técnicas de segmentação de imagens, porém, não existe um método geral que possa segmentar qualquer tipo de imagem. A segmentação

de imagens será vista com mais detalhes no capítulo seguinte.

A saída do processo de segmentação é um agrupamento de *pixels* contendo informações. Esses agrupamentos de *pixels* são dados que precisam se adequar para o processamento computacional. A *representação* transforma esses dados para o processamento, e a *descrição* utiliza esses dados modificados para extrair as características relevantes de interesse do problema. Esse processo, resumidamente, captura os dados já segmentados e os converte para extrair informações úteis.

O último passo na *análise de imagens* consiste no *reconhecimento e interpretação*, em que, o reconhecimento atribui um rótulo em um objeto, baseando-se na informação do processo de descrição, a interpretação atribui um significado a um conjunto de objetos.

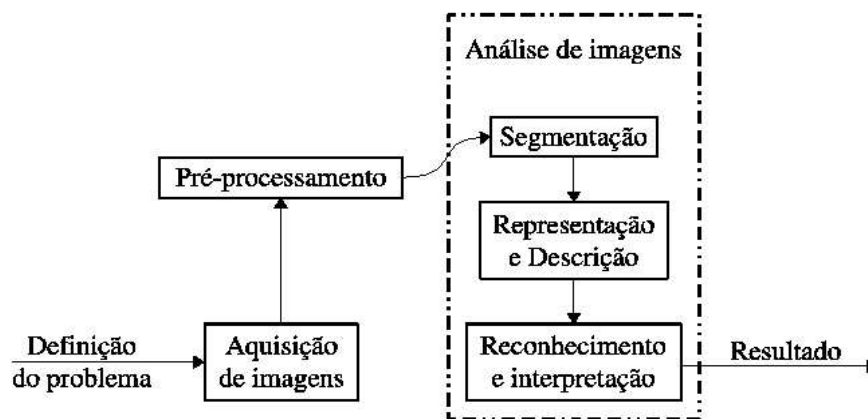


Figura 2.21: Diagrama dos passos em processamento de imagens digitais.

A Figura 2.21 mostra um diagrama dos passos do processamento de imagens digitais.

O sistema de processamento de imagens digitais não necessita que todos os processos sejam seguidos, depende muito da utilidade do processamento para resolução de um problema, por exemplo, para uma determinada aplicação pode ser utilizado somente a etapa de pré-processamento na imagem digital, uma vez que a necessidade dessa aplicação seja somente eliminar

ruídos existentes nesta imagem. Porém, a utilização de processamento de imagens digitais é frequentemente aplicado para análise de imagens, onde, o uso de todos, ou quase todos, os passos do processamento se fazem necessários. A análise de imagens tem como objetivo a extração de informações (de forma automática ou parcialmente automática) a partir de imagens, sendo que, o seu processo pode tratar os *pixels* como dados e não imagens.

A descrição de cada etapa no processamento de imagens digitais não foi descrito com detalhes. No próximo capítulo serão mostrados alguns métodos para segmentação de imagens e seus resultados.

Capítulo 3

Segmentação de Imagens

3.1 Introdução

Através de pesquisas científicas nas áreas da neurociência e computação, estudos mostram que a atividade mental que envolve o maior número de neurônios é a visão [Jain, 1989]. Criar sistemas visuais o mais próximos possíveis do sistema visual humano é um trabalho muito complexo e exaustivo. O reconhecimento de um objeto através de nosso sistema de visão ocorre de maneira inconsciente e parece ser sem nenhum esforço, mas que exige muito da atividade mental.

O processo de segmentação de imagem consiste numa etapa muito importante para a compreensão de uma imagem. O objetivo da segmentação é obter da imagem digitalizada e pré-processada, um conjunto de segmentos que contenham informações significativas relativas à composição da imagem original.

A segmentação de imagens monocromáticas são encontradas em aplicações de áreas biomédicas e de controle industrial, entre outras áreas. Essa segmentação é baseada em propriedades básicas dos valores de níveis de cinza, como a descontinuidade e a similaridade.

Para análise de imagens, a segmentação é tida como o primeiro passo, assim, a minimização de qualquer erro é muito importante para uma

boa qualidade no resultado da análise.

Neste capítulo aborda-se-á algumas das técnicas mais conhecidas de segmentação de imagens bem como sua fundamentação [Costa, 1999, Fu and Mui, 1980, Gonzalez and Woods, 1992, Lyra, 2003, Middleton and Damper, 1995, Nappe et al., 1992].

3.2 Métodos de Segmentação

Segmentar uma imagem significa basicamente dividi-la em elementos significativos para fins do processamento de imagens, esse processo, bem como o seu nível de aprofundamento, dependem do que se busca na imagem original para uma análise da imagem, dependendo do problema a ser resolvido pelo processamento de imagens [Fu and Mui, 1980, Gonzalez and Woods, 1992, Nappe et al., 1992]. O nível da divisão em partes da imagem depende de uma métrica, o nível da divisão adequado na segmentação seria aquele que possibilitaria identificar possíveis ocorrências de objetos com dimensões referentes ao objeto do problema.

No processo de segmentação, as técnicas geralmente consideram *pixel* por *pixel* e buscam reduzir o volume de informações na imagem para a facilitação no processo de análise. A segmentação pode ser automática, parcialmente automática ou manual. Segmentação automática é a mais complexa para implementar, mas, independente de qual seja, a segmentação deve ser robusta para obter sucesso e resultado de qualidade em processamento de imagens.

Existem vários métodos de segmentação, porém nenhum tipo de método padrão que satisfaça todas as aplicações em imagens. A seguir serão vistos alguns desses métodos e suas propriedades. Tratando neste estudo somente de imagens monocromáticas.

3.3 Segmentação de Imagens baseada em Descontinuidades

A segmentação de imagens baseada na descontinuidade de níveis de cinza consiste em detectar *pontos* isolados e também detectar *bordas* ou *linhas* em imagens, isto é, regiões distintas na imagem onde exista uma transição de forma razoavelmente abrupta dos níveis de cinza. A forma mais usada para detectar descontinuidades em imagens é a utilização de máscaras fazendo uma varredura em toda a imagem, como descrito abaixo e visto na Figura 3.1.

$$R = w_1z_1 + w_2z_2 + \dots + w_9z_9 = \sum_{i=1}^9 w_1z_1 \quad (3.1)$$

w ₁	w ₂	w ₃
w ₄	w ₅	w ₆
w ₇	w ₈	w ₉

Figura 3.1: Figura representando uma máscara 3x3.

Uma *máscara*, ver Figura 3.1, é uma matriz quadrada que envolve cálculo da soma dos produtos dos coeficiente pelos níveis de cinza contidos na região englobada pela máscara (3.1), ou seja, $R = w_1z_1 + w_2z_2 + \dots + w_nz_n$, onde, o valor R é atribuído ao *pixels* da imagem na posição referente ao centro da máscara. Inicialmente, a máscara é posicionada no primeiro *pixel* da borda direita e o resultado é computado usando a vizinhança parcial, e esse proceso prossegue até o último *pixel* a ser varrido. Esse processo é denominado de *convolução*. Os filtros empregados no realce da imagem podem usar uma ou mais máscaras. Por exemplo, o filtro passa-alta e o de Roberts utilizam somente uma máscara, já o filtro de Sobel e o de Prewitt utilizam duas máscaras.

A finalidade do filtro passa-alta é realçar a imagem atenuando as baixas frequências e deixando passar as altas frequências. Já o filtro de

Roberts, Prewitt ou Sobel tem a finalidade de detectar e realçar bordas. O conceito de alta frequência corresponde a mudanças bruscas em um intervalo de poucos *pixels*, onde, a mudança está relacionada a intensidade dos *pixels*, já a baixa frequência corresponde a mudanças gradativas sobre um grupo maior de *pixels*.

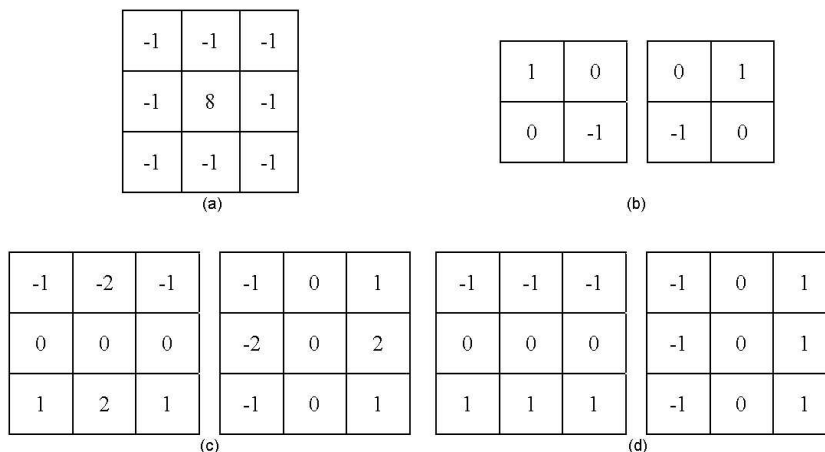


Figura 3.2: Exemplos de máscaras: (a) máscara passa-alta, (b) máscara Roberts, (c) máscara Sobel, (d) máscara Prewitt.

Na Figura 3.2 temos alguns exemplos de máscaras, como: passa-alta, Roberts, Sobel, e Prewitt.

A escolha de uma máscara adequada para a segmentação por descontinuidades depende de diversos fatores que devem ser levados em consideração, tais como, a quantidade de ruído na imagem, o tipo do ruído na imagem, o contraste, entre outros.

3.3.1 Detecção de Pontos

A *detecção de pontos* busca por pontos isolados que contenham informações importantes e que não podem ser deteriorados por ruídos. Existem diversas técnicas que operam para a obtenção destes pontos, dentre elas a mais comum é utilizando um limiar (*threshold*), outra técnica usa o filtro *top-hat*.

A técnica de segmentação para obtenção de pontos usando um

limiar opera da seguinte forma, utilizando uma máscara para detecção de pontos sobre a imagem, classificando um ponto na posição da máscara se o limiar T for menor que o resultado da convolução R , $|R| > T$.

A outra técnica, que usa o filtro *top-hat*, consiste na execução de uma subtração *pixel-a-pixel* da imagem original ($Imagem_A$) com a convolução da imagem original com a máscara ($Imagem_B$). Formalmente, o *top-hat* de uma imagem é definido como, $top-hat = Imagem_A - Imagem_B$, onde, $Imagem_B = Imagem_A \times Mascara$.



Figura 3.3: Imagem da Lena em 256 níveis de cinza.

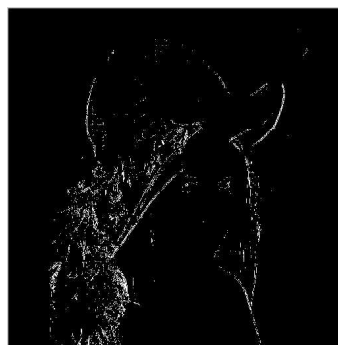


Figura 3.4: Imagem por detecção de pontos.

A idéia do resultado dessas operações é selecionar os pontos que apresentam brilho mais intenso que os de sua vizinhança, determinando-os como pontos. A Figura 3.4 mostra o resultado da técnica de detecção de pontos aplicada na imagem da Figura 3.3.

A Figura 3.3 mostra a imagem da Lena, uma figura muito utilizada nos meios de PDI, de tamanho 256×256 *pixels* e 256 níveis de cinza. A imagem da figura 3.3 será utilizada em todos os métodos apresentados a seguir.

3.3.2 Detecção de Linhas

A detecção de linhas também utiliza a convolução através de máscaras para a busca de *pixels* com variação de intensidade relativa à sua vizinhança.

Linhas em imagens são consideradas a largura de um *pixel* e as máscaras mais comuns de serem encontradas para a detecção dessas linhas são: horizontais h , diagonais de $+45^\circ$, verticais v e diagonais de -45° , ver Figuras 3.5 (a), 3.5 (b), 3.5 (c) e 3.5 (d), respectivamente.

-1	-1	-1	-1	-1	2
2	2	2	-1	2	-1
-1	-1	-1	2	-1	-1
(a)			(b)		
-1	2	-1	2	-1	-1
-1	2	-1	-1	2	-1
-1	2	-1	-1	-1	2
(c)			(d)		

Figura 3.5 - Exemplos de máscaras: (a) Horizontal, (b) $+45^\circ$, (c) Vertical, (d) -45° .

A detecção de um *pixel* como uma linha horizontal ocorre da seguinte forma, considere R_h sendo a resposta da convolução da máscara horizontal aplicada da esquerda para a direita na imagem, e suponha que todas as outras máscaras sejam aplicadas na imagem R_v , R_{+45° , R_{-45° , a detecção de uma linha horizontal associada a um determinado ponto na imagem ocorre quando $|R_h| > \max\{R_v, R_{+45^\circ}, R_{-45^\circ}, threshold\}$. A detecção de um *pixels*

como uma linha vertical, diagonal de $+45^0$, ou diagonal de -45^0 ocorre da mesma forma da descrição acima.

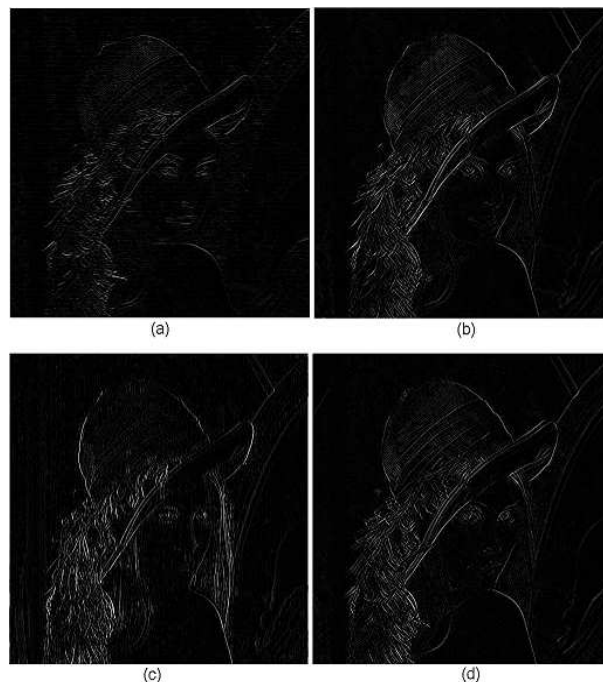


Figura 3.6: Resultados da aplicação das máscaras da figura 3.5 na imagem da figura 3.3: (a) Horizontal, (b) $+45^0$, (c) Vertical, (c) -45^0 .

O resultado dessa técnica é mostrado na Figura 3.6, onde, temos a detecção de linhas: horizontais (a), verticais (c), diagonais de $+45^0$ (b) e diagonais de -45^0 (d).

3.3.3 Detecção de Bordas

Dos tipos de detecção apresentados, o tipo de detecção mais comum para detecção de descontinuidade bruscas de níveis de cinza é a detecção de bordas. Uma borda é caracterizada pelo limite entre regiões distintas de uma imagem cujas propriedades tenham níveis de cinza também distintos. Uma das técnicas de detecção de bordas mais comuns consiste no processamento de uma imagem a partir de um operador de derivada local, como o *operador gradiente* ou *operador laplaciano*.

O *operador gradiente* consiste basicamente na avaliação do gradiente através de máscaras. A escolha do tamanho da máscara proporcionará a suavização na imagem e a eliminação de ruídos da mesma para a realização do processo com o operador local, conhecido também como cálculo da derivada local, tornando possível achar o gradiente da borda. Algumas máscaras mais comuns encontram-se na Figura 3.2 - (b) (máscara de Roberts), (c)(máscara de Sobel) e (d) (máscara de Prewitt).

$$\nabla f = [G_x^2 + G_y^2]^{1/2} \quad (3.2)$$

A equação para achar o gradiente de uma determinada imagem é denotada por ∇f , e é determinado por (3.2), onde G_x representa a convolução da primeira máscara com a imagem e G_y a convolução da segunda máscara com a imagem.

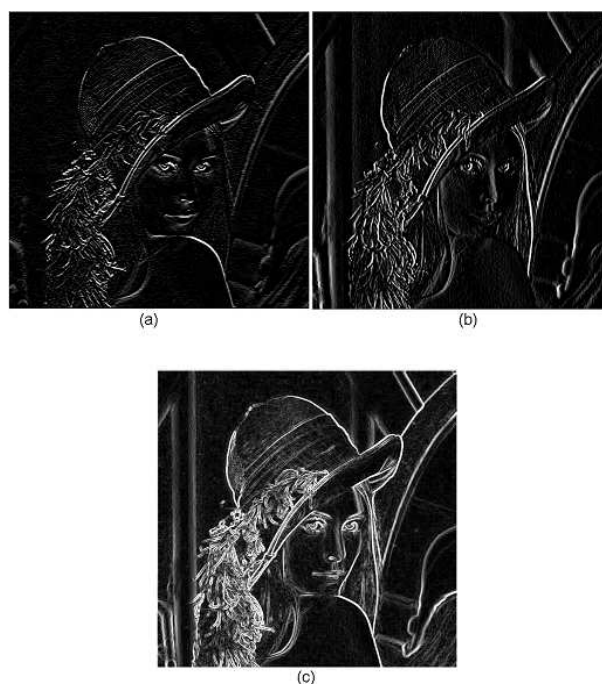


Figura 3.7: Resultado da aplicação do filtro de Sobel da figura 3.2 (c) com a imagem da figura 3.3: (a) imagem G_x , (b) imagem G_y , (c) imagem resultante das bordas pelo filtro de Sobel.

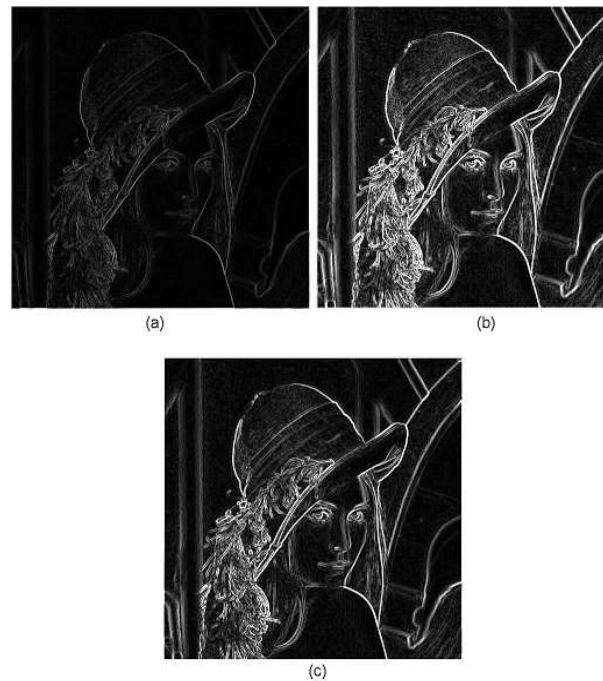


Figura 3.8: Resultados da aplicação dos filtros da figura 3.2 na imagem da figura 3.3: (a) imagem resultante de bordas pelo filtro de Roberts, (b) imagem resultante de bordas pelo filtro de Sobel, (c) imagem resultante (através do gradiente) de bordas pelo filtro de Prewitt.

O gradiente não fornece diretamente as bordas. Para obter as bordas de uma imagem é preciso utilizar o processo de limiarização (ou binarização) da imagem no módulo do gradiente. O valor da limiarização determinará a precisão dos traços pertinentes às bordas.

A Figura 3.7 mostra o resultado do operador gradiente na imagem da Figura 3.3 através da máscara de Sobel, ilustrado na Figura 3.2 (c), onde (a) mostra a aplicação do primeiro filtro na imagem, detectando as bordas horizontais, (b) mostra a aplicação do segundo filtro na imagem, detectando as bordas verticais, e (c) mostra o resultado do operador gradiente através da máscara de Sobel.

Já na Figura 3.8 temos o resultado da aplicação dos três filtros da figura 3.2, onde (a) representa as bordas através da máscara de Roberts,

(b) através da máscara de Sobel e (c) através da máscara de Prewitt.

O outro operador é o *Laplaciano* cuja operação evidencia os pontos onde a função de níveis de cinza cruzam o ponto zero, conhecidos como *zero-crossings*. Tais pontos de cruzamentos são as localizações de bordas, e com esses dados pode-se determinar se um determinado pixel que está próximo da borda, pertence ao lado escuro ou claro, bastando somente analisar o sinal do laplaciano. O problema desse operador está em sua sensibilidade a ruídos, que podem gerar falsas bordas, ou cruzamentos falsos que não são bordas. Outro problema está na duplicidade de bordas.

3.3.4 Detecção de Fronteiras

As técnicas anteriores permitem detectar discontinuidades de intensidade e fornecer fronteiras, geralmente parciais, de regiões. Raramente essas fronteiras, ou conjunto de *pixels*, traduzem um contorno completo aparecendo como um conjunto descontínuo, devido aos ruídos, iluminação, não uniforme, entre outras perturbações. Geralmente, os procedimentos de detecção de bordas são usados junto com os procedimentos de ligação e também de detecção de fronteiras, a fim de juntar os *pixels* de bordas e formar um conjunto significativo de contornos de regiões.

3.4 Segmentação de Imagem baseado na Similaridade

A segmentação de imagens baseada em similaridades das intensidades consiste em encontrar regiões em que, o valor das intensidades dos *pixels* nas mesmas sejam aproximadamente homogêneos, e os *pixels* constituintes da mesma região estejam conectados por alguma medida de similaridade. Uma *região* pode ser considerada um conjunto de *pixels* conectados entre si e de intensidade muito semelhante, e a união de todas as regiões representam a

imagem inteira, sendo que, cada região é disjunta.

Existem vários métodos de segmentação por similaridade, onde, os mais comuns são efetuados através de *Limiarização* [Gonzalez and Woods, 1992], *Agrupamento* [Carvalho et al., 1999, Costa, 1999, Kanungo et al., 2000], *Crescimento de Regiões* [Chang and Li, 1994, Gonzalez and Woods, 1992, Wan and Higgins, 2003], entre muitos outros.

Abaixo aborda-se-ão brevemente alguns métodos de segmentação por similaridade.

3.4.1 Limiarização

Segmentação por similaridade utilizando limiarização, também conhecido como *thresholding*, é muito eficiente quando a cor (intensidade ou nível de cinza) caracteriza um determinado objeto, tratando assim do critério da similaridade.

O princípio da limiarização, também tratado como binarização, é separar os *pixels* que possuem um determinado valor de intensidade (ou limiar), gerando uma imagem binária, onde, uma intensidade será o fundo e outra o objeto de interesse. O valor do limiar T é escolhido baseando-se na utilização do histograma da imagem.

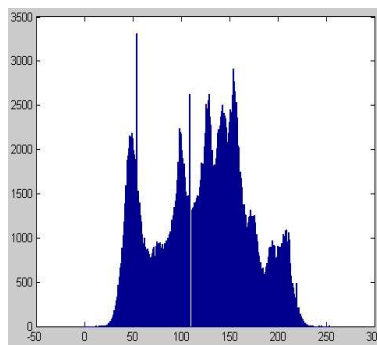


Figura 3.9: Histograma da imagem da figura 3.3.

O *histograma* de uma imagem é representado de forma grá-

fica, como mostra a Figura 3.9, onde, é um gráfico estatístico para representação das frequências dos valores de intensidades de níveis de cinza [Gonzalez and Woods, 1992]. O histograma da Figura 3.9 refere-se à Figura 3.3.

A limiarização é uma das técnicas de segmentação mais antiga e que possui diversas variantes. Contudo, ela somente é usada para um número limitado de aplicações, devido a algumas exigências, como, utilizar imagens de intensidades onde o objeto de interesse difere do fundo (não desejado). Ou seja, o histograma de uma imagem adequada para este tipo de segmentação deve possuir picos (regiões de maior intensidade) relacionados aos *pixels* do objeto de interesse e também aos *pixels* do fundo. O histograma que mais se adequa a este tipo de segmentação é o histograma bimodal, ou seja, um histograma que possui dois picos, e o limiar T seria um valor fixo entre os dois picos do histograma.



Figura 3.10: Resultado da técnica de Limiarização.

A Figura 3.10 mostra o resultado da técnica de limiarização, com limiar escolhido no valor 100.

Determinar o valor do limiar em um histograma pode ser uma tarefa tanto interativa quanto heurística. A escolha do limiar apropriado pode depender da imagem, ou seja, em imagens cujos histogramas são bimodais o emprego desta técnica é bem apropriada, porém, para os histogramas que apresentam muitos “picos” esta técnica já não é muito apropriada. Existem

inúmeros métodos diferentes de limiarização, tais como, a limiarização global e limiarização local, porém nenhum método satisfaz a todas as imagens e aplicações. A escolha adequada do melhor método consiste em ter conhecimento de suas funções e experimentar cada método examinando seus resultados.

3.4.2 Técnicas de Agrupamento

Técnicas de agrupamentos, ou também *clustering*, têm como objetivo classificar, com respeito a algum critério predeterminado, um conjunto de dados em grupos mutuamente exclusivos baseados nas similaridades entre os dados. Os grupos de dados do resultado devem apresentar alta homogeneidade entre os dados de um mesmo grupo, porém, devem apresentar alta heterogeneidade (separação) entre os dados de outros grupos.

Existem várias técnicas de agrupamentos, entre elas destacamos técnicas baseadas na análise estatística, como o *K-means* [Carvalho, 2001, Costa, 1999, Kanungo et al., 2000] , e técnicas baseadas em redes neurais (ou neuronais), *mapas auto-organizáveis* [Braga et al., 1998, Hosseini and Safabakhsh, 2000, Kohonen, 1997, Moreira and Costa, 1996].

3.4.2.1 *K-means*

Uma técnica de agrupamento muito conhecida é o *agrupamento K-means*, ou simplesmente *K-means*. Essa técnica é usada em diversas aplicações, inclusive em segmentação de imagens, e será descrito brevemente a seguir.

O *K-means* utiliza o critério de coeficiente de semelhança, a medida de similaridade. As métricas, funções de distâncias, representam a similaridade entre os dados métricos. A métrica mais comum é a distância Euclidiana. Vários tipos de distâncias euclidianas são utilizadas também, por exemplo, distância euclidiana simples - a distância Euclidiana vista no capítulo anterior, e Euclidiana quadrada - a distância Euclidiana quadrada é a soma da diferença dos quadrados sem tomar a raiz quadrada (isso aumenta um pouco a veloci-

dade computacional). Outras métricas não baseadas na distância euclidiana também são utilizadas nesta técnica, por exemplo, a distância *City-block*, e também a distância Tabuleiro, vistas no capítulo anterior.

Essa técnica é baseada pelas médias de intensidades de cada região, chamadas inicialmente de centróides, onde, um centróide é definido como o valor da intensidade de um *pixel*, e a quantidade de centróides que essa abordagem irá utilizar depende em quantas regiões de interesse será dividida a imagem. A execução desse processo ocorre da seguinte forma, dada k como quantidade de divisões, ou agrupamentos $\{cluster_1, cluster_2, \dots, cluster_k\}$, o valor de k será atribuído à quantidade de centróides $\{c_1, c_2, \dots, c_k\}$. Para cada centróide é atribuído um valor de intensidade diferente. A imagem passa por uma varredura, onde, cada *pixel* (padrão p) é comparado com cada centróide, ou seja, o primeiro padrão é comparado (através de métrica) com cada centróide e será rotulado com o valor do centróide que estiver mais próximo. Feita a varredura por toda a imagem, modifica o valor de cada centróide de acordo com a média de todos os valores de padrões pertencente a cada agrupamento. O processo de varredura na imagem é realizado até que não haja mudanças significativas nos valores dos centróides, e então atribuído a média do agrupamento em cada padrão de acordo com a pertinência de cada padrão com os agrupamentos.

O agrupamento feito por essa abordagem compara *pixel* a *pixel* e torna a execução exaustiva e demorada, observando que a imagem possui um número relativamente grande de *pixels*.

A equação (3.3) para calcular a média dos agrupamentos ou o valor de cada centróide é dada por:

$$\bar{c}_k = \frac{1}{n_k} \sum_{i=1}^{n_k} u_{ik} p_{ij} \quad (3.3)$$

onde, \bar{c}_k é o centróide do agrupamento $cluster_k$, e u_{ik} é a pertinência de cada padrão p_{ij} com cada agrupamento $cluster_k$, onde a medida de similaridade é calculada através da distância de cada padrão p em (i, j) para o centróide \bar{c}_k ,

dada por,

$$d_{ik} = \text{dist}(p_{ij}, \bar{c}_k) \quad (3.4)$$

onde, p_{ij} é o valor de cada padrão (ou *pixel*) da matriz M de tamanho ixj .

O critério de parada utilizado no método *K-means* é feito através de uma análise nos valores dos centróides. Caso os centróides de uma época sejam iguais aos centróides da época anterior, então o método convergiu. Outro critério adotado é quando não encontram centróides (atuais e anteriores) iguais depois de uma x quantidade de épocas o método para. Este último critério é utilizado em conjunto com o primeiro critério.



Figura 3.11: Resultado da técnica de agrupamento por *K-means* na imagem da figura 3.3 com 5 centróides

A Figura 3.11 representa a segmentação pelo método *K-means*, onde a imagem utilizada foi a imagem da Figura 3.3, e o valor de k foi igual a 5, ou seja, a imagem foi segmentada para cinco agrupamentos, ou cinco intensidades de cinza diferentes.

O processo pode ser seguido através do seguinte algoritmo:

1. Iniciar: a quantidade de k para agrupamentos; os valores do vetor de centróides \bar{c}_k ; o critério de parada;
2. Calcular a distância d_{ij} do *pixel* p na coordenada (i, j) para cada centróide \bar{c}_k ;

3. Verificar o menor valor através do calculo da distância entre o *pixel* p em (i, j) e o centróide \bar{c}_k , e adicionar ao agrupamento $Cluster_k$;
4. Calcular a média de cada agrupamento $cluster_k$ e atribuir esse valor ao centróide \bar{c}_k ;
5. Repetir a partir do passo 2 caso o critério de parada não seja satisfeito.

3.4.2.2 *C-means*

A teoria dos conjuntos *fuzzy* teve grandes avanços com a pesquisa de Zadeh [Zadeh, 1965] na década de 60. A técnica fuzzy *C-means* para classificação de dados é baseado na lógica fuzzy (ou nebulosa), onde, os dados são classificados de acordo com sua pertinência em cada grupo e, essa pertinência pode assumir valor real no intervalo de $[0,1]$ [Carvalho et al., 1999, Costa, 1999]. Os conjuntos fuzzy são extensões dos conjuntos da teoria dos conjuntos clássicos, e são muito utilizados em diversas aplicações e/ou áreas devido a sua flexibilidade em representar informações ou dados imprecisos ou incertos.

Para a técnica *C-means*, um dado ou padrão p pode pertencer a mais de um agrupamento ou *cluster*, o que não pode ocorrer no *K-means*. Mas apesar dos padrões poderem pertencer a vários agrupamentos restringe-se a uma função de pertinência,

$$0 < \left(\sum_{i=1}^k u_{ik}(p_{ij}) = 1 \right) < n \quad (3.5)$$

onde, a soma das pertinências u_{ik} dos padrões p_{ij} deve ser igual a 1, e estar entre 0 e o número de padrões n .

$$d_{ik} = dist(p_{ij}, \bar{c}_k) \quad (3.6)$$

onde, p_{ij} é o valor intervalar de cada padrão da matriz M de tamanho ixj , d_{ik} é a medida de similaridade e utiliza a função *dist* para definir a pertinência de cada padrão p_k ao(s) agrupamentos $clusters_k$ de acordo com a similaridade entre eles, e *dist* é calculado pela distância Euclidiana.

O valor da soma de cada centróide é atribuído através da função,

$$\bar{s}_k = \sum_{i=1}^k \frac{d_{i,j}^{\frac{2}{m-1}}}{d_{i,k}} \quad (3.7)$$

onde, m é o valor que controla a influência dos graus de pertinências.

O critério de parada do método *C-means* é igual ao critério de parada do método *K-means*.

Simplificando, o algoritmo para o *C-means* pode ser descrito da seguinte forma,

1. Iniciar: a quantidade de k para agrupamentos; os valores do vetor de centróides \bar{c}_k ; o critério de parada;
2. Calcular o valor da soma de cada centróide \bar{s}_k ;
3. Atualizar o valor do centróide através da equação,

$$\bar{c}_k = \frac{\sum_{i=1}^k mi_{i,j}^m * p_{(i,j)}}{\sum_{i=1}^k mi_{i,j}^m} \quad (3.8)$$

onde, mi assume valor 1 se, distancia igual a zero ou $\frac{1}{\bar{s}_k}$, caso contrário.

4. Repetir a partir do passo 2 caso o critério de parada não seja satisfeito.



Figura 3.12: Resultado da técnica *C-means* na imagem da Figura 3.3 com 5 centróides

A Figura 3.12 representa a segmentação pelo método *C-means*, onde a imagem utilizada foi a imagem da Figura 3.3, e o valor de k foi igual

a 5, ou seja, a imagem foi segmentada para cinco agrupamentos, ou cinco intensidades de cinza diferentes.

3.4.3 Crescimento de regiões

Técnicas de segmentação por crescimento de regiões são usadas quando partes das imagens são semelhantes e conectada, e devam pertencer ao mesmo objeto na imagem, unindo-as em uma só região [Chang and Li, 1994, Gonzalez and Woods, 1992, Wan and Higgins, 2003]. Essa técnica difere da técnica de agrupamento usando o *K-means* ou *C-means*, pois, as regiões devem ser disjuntas, mas, a união de todas as regiões representa a imagem inteira, e os elementos constituintes em cada região são conectados e de intensidade homogênea.

Existem diversas formas de abordar a técnica de crescimento de regiões cujo objetivo é agrupar *pixels* ou subregiões em regiões maiores. Uma técnica muito conhecida de crescimento de regiões é por agregação de *pixels*. O processo dessa técnica inicia-se com um conjunto de sementes (um conjunto de *pixels*) e, cada semente é agrupado com os *pixels* vizinhos cujas propriedades de similaridades sejam maiores. Em cada região (agrupamento), os elementos (*pixels*) devem ser conexos, e desconectados entre as regiões. A quantidade de sementes escolhida pode determinar a quantidade de regiões que serão segmentadas a imagem. As propriedades utilizadas para determinar a similaridade entre os *pixels* e as sementes geralmente são propriedades de conectividade ou valor da intensidade dos *pixels*. O processo termina quando todos os *pixels* pertencerem a uma região.

A Figura 3.13 mostra o resultado do crescimento de regiões da imagem da Figura 3.3.

Dois fatores importantes que devem ser levados em consideração nesta técnica são a escolha das sementes e a escolha das propriedades que inserem novos *pixels* às regiões. O primeiro fator pode ser considerado a partir da natureza do problema, já no segundo fator, os critérios de similaridade



Figura 3.13: Resultado da técnica de crescimento de regiões por agregação de *pixels*, onde, a imagem utilizada foi da Figura 3.3 e o limiar foi igual a 50

dependem não apenas do problema, mas também do tipo de informações que a imagem dispõe. As propriedades para formar uma região podem variar entre cor, conectividade, entre outros. Um outro fator importante é o critério de parada a ser adotado. O crescimento da região se dá no fato de satisfazer os critérios adotados para inclusão naquela região. Critérios adicionais utilizados para aumentar a eficiência desse método consistem na utilização de conceitos como tamanho, similaridade entre a média da região com os *pixels* ainda não analisados, e também o formato da região em crescimento.

Neste capítulo foram discutidos alguns métodos de segmentação tentando dar uma visão geral sobre segmentação de imagens. Pode-se afirmar que nenhum método é melhor para todos os tipos de imagens e aplicações. A escolha do método adequado depende do problema. Em um problema simples, no qual, as características da imagem não variam muito, podem ser resolvido utilizando métodos mais simples. Em um problema mais complexo, com imagem ruidosa e/ou deformada exige métodos mais complexos para uma solução de qualidade.

No capítulo seguinte será mostrado um estudo de algumas definições da matemática intervalar.

Capítulo 4

Matemática Intervalar

4.1 Introdução

A matemática intervalar, assim como a matemática “clássica”, é uma ciência que estuda medidas, relações de quantidade e grandezas e possui diversos ramos, por exemplo, a aritmética intervalar, que estuda as propriedades dos números intervalares (intervalos) e suas operações, etc. O histórico do desenvolvimento da matemática intervalar não é muito recente, possuindo diversos estudos realizados a mais de cinco décadas atrás. Norbert Wiener, considerado o “pai” da cibernética, em 1914, introduziu a análise de medida de aproximações [Kreinovich et al., 1998]. Na década de 30, Young publicou um estudo [Young, 1931] em que dava regras para cálculos com intervalos e outros conjuntos de números reais. Outras publicações foram feitas nas décadas posteriores, mas foi com Ramon E. Moore [Moore, 1966], na década de 60, que a matemática intervalar ficou mais difundida na computação, devido principalmente à sua abordagem de computação intervalar, e das técnicas para problemas computacionais.

Sistemas computacionais podem ser descritos como um conjunto finito de processos que envolvem operações matemáticas para uma determinada função. O uso da matemática intervalar em sistemas computacionais consiste em buscar soluções mais eficientes para problemas computacionais,

como a criação de modelos computacionais que reflitam de forma fidedigna a realidade, e também a escolha de técnicas de programação adequadas para desenvolvimento de softwares científicos a fim de minimizar erros do resultado.

A qualidade do resultado computacional está diretamente associada ao conhecimento e controle do erro, que pode ocorrer no processo computacional. Esses erros são frequentemente gerados pela propagação dos mesmos nos dados e parâmetros iniciais, truncamento e/ou arredondamento da informação. A precisão do resultado consiste então na estimativa e análise do erro, que geralmente é uma tarefa extensa, dispendiosa e nem sempre viável. O uso da matemática intervalar na computação busca garantir que no processamento, o tratamento do erro se torne o menor possível e conhecido. O processo dos métodos que fazem uso da computação intervalar, consiste na manipulação de dados iniciais na forma de intervalos, computando-os, onde, cada intervalo contém um indicativo máximo de erro, antes de ser introduzido no computador.

A seguir, serão abordado alguns conceitos fundamentais da aritmética intervalar encontrados na literatura em [Acióly, 1991, Santos, 2001, Hayes, 2003, Kreinovich et al., 1998, Kulisch, 1982, Kulisch and Miranker, 1981, Lyra, 2003, Moore, 1966, Young, 1931].

4.2 Representação de Intervalos

A motivação de pesquisas computacionais no desenvolvimento do campo intervalar vem da impossibilidade de representar uma informação computacional igual à informação original. Por exemplo, informações do tipo imagem, como discutida anteriormente, são representadas por funções contínuas, e na discretização, existe uma perda de informações, e a utilização intervalar possibilitará uma maior manipulação dos erros na aquisição da imagem.

A noção de intervalos foi traçada inicialmente por Arquimedes quando estimou dois valores para π , e que garantia que esse *intervalo* continha

o valor de π .

A representação de intervalos no conjunto dos números reais \mathbb{R} é denotado pelo par ordenado de números reais $X = [x_1, x_2]$, tal que $x_1 \leq x_2$, e x_1 e $x_2 \in \mathbb{R}$, e se \mathbb{R} representa o conjunto de todos os números reais, então, $X = \{x \in \mathbb{R} \mid x_1 \leq x \leq x_2\}$.

Considerem as descrições deste estudo as letras maiúsculas como pontos do conjunto de intervalos reais, por exemplo, seguindo a definição acima, a letra X representa o ponto do conjunto dos intervalos de reais e x_1 é denominado de ínfimo e x_2 denominado de supremo [Acióly, 1991, Santos, 2001, Hayes, 2003, Kreinovich et al., 1998, Kulisch, 1982, Kulisch, 1982, Moore, 1966]. O conjunto intervalar dos números reais será denotado como \mathbb{IR} .

A representação de um número real exato é dado como $X = [x_1, x_2]$, em que, $x_1 = x_2$, ou seja, seja $X = 4$, logo, $4 = [4, 4]$. Este tipo de intervalo é chamado de intervalo degenerado.

4.3 Operações Aritméticas Intervalares

Sejam $X = [x_1, x_2]$ e $Y = [y_1, y_2]$, onde, X e $Y \in \mathbb{IR}$. As operações aritméticas, tais como, *adição*, *subtração*, *multiplicação* e *divisão* em \mathbb{IR} são definidas sobre os extremos de seus intervalos [Acióly, 1991, Santos, 2001, Hayes, 2003, Kreinovich et al., 1998, Kulisch, 1982, Kulisch, 1982, Moore, 1966].

4.3.1 Adição Intervalar

$$\begin{aligned} X + Y &= [x_1, x_2] + [y_1, y_2] \\ &= \{x + y \mid x \in [x_1, x_2] \text{ e } y \in [y_1, y_2]\} \\ &= [x_1 + y_1, x_2 + y_2] \end{aligned}$$

4.3.2 Pseudo Inverso Aditivo Intervalar

$$\begin{aligned}
 -X &= -[x_1, x_2] \\
 &= \{-x \mid x \in [x_1, x_2]\} \\
 &= [-x_2, -x_1]
 \end{aligned}$$

4.3.3 Subtração Intervalar

$$\begin{aligned}
 X - Y &= [x_1, x_2] + [-y_1, -y_2] \\
 &= [x_1 - y_2, x_2 - y_1]
 \end{aligned}$$

4.3.4 Multiplicação Intervalar

$$\begin{aligned}
 X * Y &= [x_1, x_2] * [y_1, y_2] \\
 &= \{x * y \mid x \in [x_1, x_2] \text{ e } y \in [y_1, y_2]\} \\
 &= [\min\{x_1y_1, x_2y_1, x_1y_2, x_2y_2\}, \\
 &\quad \max\{x_1y_1, x_2y_1, x_1y_2, x_2y_2\}]
 \end{aligned}$$

4.3.5 Pseudo Inverso Multiplicativo Intervalar

Seja $X = [x_1, x_2]$ e $0 \notin X$, então, $X^{-1} = 1/X = [1/x_2, 1/x_1]$.

4.3.6 Divisão Intervalar

$$\begin{aligned}
 X/Y &= X * Y^{-1} \\
 &= [x_1, x_2] * [1/y_2, -1/y_1] \\
 &= [\min\{x_1/y_2, x_2/y_2, x_1/y_1, x_2/y_1\}, \\
 &\quad \max\{x_1/y_2, x_2/y_2, x_1/y_1, x_2/y_1\}], \quad 0 \notin Y
 \end{aligned}$$

4.3.7 Quadrado Intervalar

$$X^2 = \begin{cases} [x_1^2, x_2^2], & \text{se } 0 \leq x_1 \\ [x_2^2, x_1^2], & \text{se } x_2 \leq 0 \\ [0, \max\{x_1^2, x_2^2\}], & \text{senão} \end{cases}$$

4.4 Propriedades Algébricas Intervalares

Sejam $X, Y, Z \in \mathbb{IR}$. As propriedades algébricas para as operações anteriores são, *fechamento*, *comutativa*, *associativa*, *elemento neutro*, *subdistributiva*, e *monotônica* [Acióly, 1991, Hayes, 2003, Kreinovich et al., 1998, Kulisch, 1982, Kulisch, 1982, Moore, 1966].

4.4.1 Fechamento

- Se $X, Y \in \mathbb{IR}$, então $X + Y \in \mathbb{IR}$.
- Se $X, Y \in \mathbb{IR}$, então $X * Y \in \mathbb{IR}$.

4.4.2 Comutativa

- $X + Y = Y + X$
- $X * Y = Y * X$

4.4.3 Associativa

- $X + (Y + Z) = (X + Y) + Z$
- $X * (Y * Z) = (X * Y) * Z$

4.4.4 Elemento Neutro

- $X + [0, 0] = [0, 0] + X = X$
- $X * [1, 1] = [1, 1] * X = X$

4.4.5 Subdistributiva

$$X * (Y + Z) \subseteq (X * Y) + (X * Z)$$

4.4.6 Inclusão Monotônica

Sejam X, Y, Z e $W \in \mathbb{IR}$, tais que, $X \subseteq Z$ e $Y \subseteq W$.

- $X + Y \subseteq Z + W$
- $-X \subseteq -Z$
- $X - Y \subseteq Z - W$
- $X * Y \subseteq Z * W$
- $1/X \subseteq 1/Z$, se $0 \notin Z$
- $X/Y \subseteq Z/W$, se $0 \notin W$

4.5 Ordem Intervalar

Na literatura encontramos diversas formas de definição de ordens (parciais) para intervalos. As mais conhecidas são, ordem de Moore [Moore, 1966], ordem de Kulisch-Miranker [Kulisch and Miranker, 1981], ordem da Informação [Acióly, 1991] e ordem da Teoria dos Conjuntos.

4.5.1 Ordem de Moore

$$\begin{aligned}
 X < Y &= [x_1, x_2] < [y_1, y_2] \\
 &\Leftrightarrow \forall x \in [x_1, x_2], \forall y \in [y_1, y_2] \\
 &\Leftrightarrow x_2 < y_1 \\
 \text{Logo, } [x_1, x_2] < [y_1, y_2] &\Leftrightarrow x_2 < y_1.
 \end{aligned}$$

4.5.2 Ordem de Kulisch-Miranker

$$\begin{aligned}
 X \leq Y &= [x_1, x_2] \leq [y_1, y_2] \\
 &\Leftrightarrow \forall x \in [x_1, x_2], \exists y \in [y_1, y_2], x \leq y \text{ e} \\
 &\Leftrightarrow \forall y \in [y_1, y_2], \exists x \in [x_1, x_2], x \leq y \text{ e} \\
 &\Leftrightarrow x_1 \leq y_1, x_2 \leq y_2 \\
 \text{Logo, } [x_1, x_2] \leq [y_1, y_2] &\Leftrightarrow x_1 \leq y_1 \text{ e } x_2 \leq y_2.
 \end{aligned}$$

4.5.3 Ordem da Teoria dos Conjuntos

$$\begin{aligned} X < Y &= [x_1, x_2] \leq [y_1, y_2] \\ &\Leftrightarrow [x_1, x_2] \subseteq [y_1, y_2] \\ &\Leftrightarrow y_1 \leq x_1 \text{ e } x_2 \leq y_2 \\ \text{Logo, } [x_1, x_2] &\leq [y_1, y_2]. \end{aligned}$$

4.5.4 Ordem da Informação

$$\begin{aligned} X \leq Y &= [x_1, x_2] \leq [y_1, y_2] \\ &\Leftrightarrow [y_1, y_2] \subseteq [x_1, x_2] \\ &\Leftrightarrow x_1 \leq y_1 \text{ e } y_2 \leq x_2 \\ \text{Logo, } [x_1, x_2] &\leq [y_1, y_2]. \end{aligned}$$

4.6 Função Intervalar

Sejam $F : \mathbb{IR} \rightarrow \mathbb{IR}$ e $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Dizemos que F representa f ou que f é representado por F , denotado por $f \subseteq F$, se:

$$\forall X \in \mathbb{IR}, \forall x \in X \text{ temos que } f(x) \in F(X)$$

A extensão dessa definição de função para $X \subset \mathbb{IR}^m$ e $Y \subset \mathbb{IR}^n$ é feita de forma natural.

4.7 Métrica

Uma métrica para um conjunto L é uma função $d : L \times L \rightarrow \mathbb{R}$, tal que, para cada $x, y, z \in L$ satisfaz as seguintes propriedades.

- $d(x, y) = 0 \Leftrightarrow x = y$;
- $d(x, y) = d(y, x)$;
- $d(x, y) \leq d(x, y) + d(y, z)$.

4.8 Métrica intervalar

Uma métrica intervalar [Moore, 1966] pode ser definida como uma relação entre dois intervalos. Também pode ser encontrada também na literatura a quasi-métrica [Bedregal and Acióly, 1997]. Abaixo serão mostradas algumas métricas (métrica de Moore e Quasi-métrica).

Sejam dois intervalos P e Q , onde, $P = [p_1, p_2]$ e $Q = [q_1, q_2]$, as métricas intervalares para esses dois intervalos podem ser calculadas pelas métricas de Moore e Quasi-métrica.

4.8.1 Métrica de Moore

A métrica de Moore [Moore, 1966] é definida como:

$$D_M(P, Q) = \max(|p_1 - q_1|, |p_2 - q_2|)$$

4.8.2 Quasi-métrica

A quasi-métrica definida em [Bedregal and Acióly, 1997] é dada como:

$$D_{QM}(P, Q) = \max(q_1 - p_1, p_2 - q_2, 0)$$

Os conceitos apresentados neste capítulo são fundamentais para o estudo do processamento de imagens intervalares e o desenvolvimento de técnicas de segmentação intervalar de imagens apresentados nos próximos capítulos.

Capítulo 5

Processamento de Imagens

Digitais Intervalares

5.1 Introdução

Neste capítulo, serão expostos alguns conceitos em processamento de imagens digitais intervalares (PIDI). Como foi visto no capítulo 2, na etapa de aquisição de imagens ocorre o processo de digitalização de imagens, onde a digitalização aproxima imagens contínuas em imagens discretas.

Logo, na etapa de digitalização ocorrem duas discretizações nas imagens, espacialmente e em amplitude, e é natural que ocorra aproximações nesta etapa, mas que gera erros de aproximações na imagem digital, e essa imagem possivelmente nunca corresponderá a imagem original (imagem contínua). A quantificação da imagem digital bem como, a informação da precisão da discretização efetuada é um problema que pode ser tratado pela matemática intervalar [Lyra, 2003], formando a abordagem de processamento de imagens digitais intervalares.

Assim como na abordagem de processamento de imagens, no processamento de imagens digitais intervalares se fazem necessários fundamentações de elementos que compõem uma imagem intervalar, bem como suas propriedades. O processamento de imagens digitais intervalares (PIDI) pode

ser considerado uma extensão do processamento de imagem, sendo assim, as fundamentações e conceitos para PIDI são necessárias que sejam bem definidas e que satisfaçam os conceitos de imagens.

5.2 Imagem Digital Intervalar

Uma imagem digital intervalar, segundo Lyra [Lyra, 2003], refere-se a “uma função luminosa bidimensional $F(x, y)$, onde um intervalo assume a amplitude de F nas coordenadas espaciais (x, y) dando a intensidade da imagem no ponto (x, y) em relação a um coeficiente de tolerância que determina a diferença entre o limite superior e inferior do intervalo”. Dessa forma, torna-se possível uma representação contínua (um intervalo é um espaço contínuo) de imagens digitais, onde a imagem ideal deverá estar contida na imagem digital intervalar. O termo intervalar para imagens tratado aqui refere-se em transformar uma imagem em uma forma intervalar, transformando a amplitude da imagem em cada ponto (x, y) da imagem em uma função intervalar F de intensidade luminosa em cada ponto $(x, y) \in \mathbb{Z}$.

A caracterização de uma imagem digitalizada para intervalos, ou imagem digital intervalar é dada por, uma matriz intervalar $A = a_{ij}$ de ordem $m \times n$, em que A é discretizada tanto espacialmente quanto em amplitude.

Atualmente, não existem mecanismos que gerem imagens digitais intervalares, dessa forma, uma imagem digital intervalar pode ser gerada através da manipulação de uma imagem digital.

Na Figura 5.1 mostra duas representações de imagens digitais intervalares geradas de forma diferentes.

A geração de imagens digitais intervalares pode ser feito de várias formas [Lyra, 2003]. Entre uma delas é manipular uma imagem digital intervalar na digitalização da imagem, em que, a construção da imagem digital intervalar será baseada na matriz de *pixels* da imagem, sendo analisada a vizinhança e a conectividade de cada *pixel*, ou seja, cada *pixel* pertencente

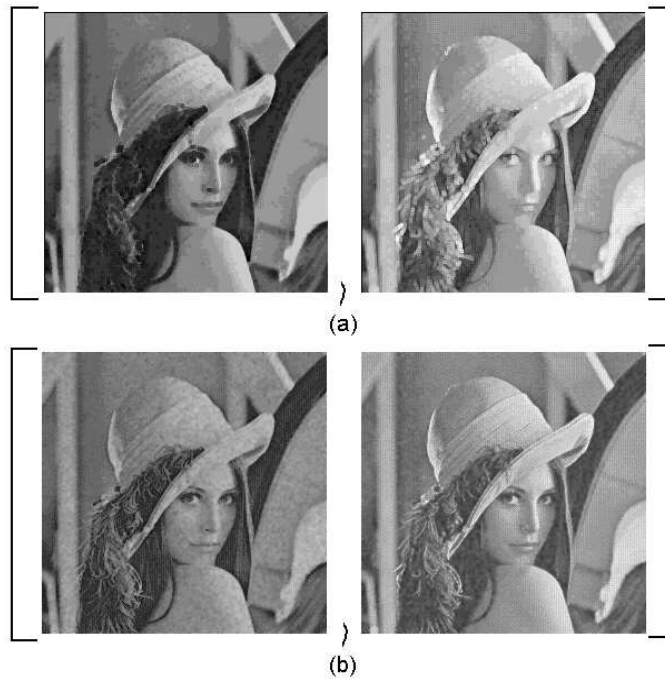


Figura 5.1: Exemplos de imagens intervalares: (a) imagem intervalar por vizinhança, (b) imagem intervalar por duas imagens.

ao conjunto intervalar, denominado *pixel* intervalar, e cada *pixel* intervalar será um intervalo que definirá a intensidade luminosa intervalar da imagem discretizada. O critério utilizado para gerar as imagens da Figura 5.1 são vizinhança dos *pixels* de imagens e movimento (objeto em movimento). A Figura 5.1 (a) é a imagem digital intervalar gerado através da vizinhança dos *pixels* da imagem discretizada. A Figura 5.1 (b) é uma imagem digital intervalar gerado através de uma sequencia de imagens discretizadas de um mesmo ambiente. A Figura 5.1 (a) e (b) mostram duas imagens digitais intervalares, onde cada imagem digital intervalar possui uma imagem dos ínfimos e uma imagem dos supremos.

A Figura 5.2 mostra duas imagens digitais intervalares, onde, a imagem digital intervalar da Figura 5.2 (a) é gerada pela vizinhança dos *pixels* da imagem digital, e a Figura 5.2 (b) é gerada através de duas imagens digitais de uma mesma cena. Para gerar a imagem digital intervalar da Figura 5.2 (a)



Figura 5.2: Imagens: (a) imagem digital ruidosa, (b) imagem digital.

foi necessário somente uma imagem digital.

5.3 *Pixel* Intervalar e suas Propriedades

Um *pixel*, como discutido anteriormente, é um elemento que constitui a imagem (na forma de matriz), seja intervalar ou não, e é representado pela discretização tanto espacialmente quanto em amplitude da intensidade.

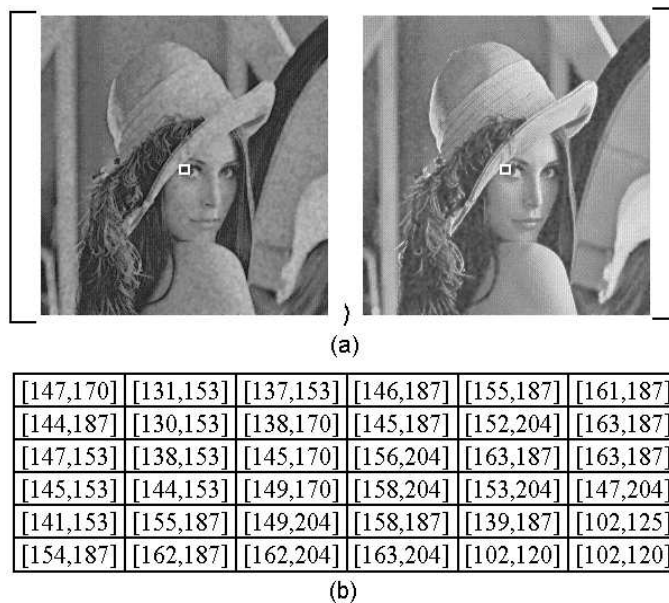


Figura 5.3: Exemplificando *pixel* intervalar: (a) imagem digital intervalar, (b) *pixels* intervalares.

Para *pixels* intervalares a discretização das coordenadas espaciais (x, y) e amplitude ocorre de forma contínua, ou seja, na forma de intervalos, de forma que cada *pixel* é representado por um intervalo, em que o limite superior e inferior consiste da análise do *pixels* com sua vizinhança.

A Figura 5.3 representa uma forma de representação de *pixels* intervalares, onde (b) são *pixels* intervalares da seleção da imagem digital intervalar (a).

5.3.1 Vizinhança de um *Pixel*

Seja a representação da imagem intervalar através da matriz I , onde um *pixel* $p(x, y) \in I$, então:

- Vizinhança-de-4 (ou vizinhança de borda): representado por $N_4(p(x, y))$, onde a vizinhança-de-4 de um *pixel* intervalar é definida como o conjunto dos *pixels* intervalares que o cerca na vertical e horizontal, desconsiderando-se as diagonais. Esta vizinhança pode ser expressa pela coordenadas

$$(x + 1, y), (x - 1, y), (x, y + 1), (x, y - 1)$$

ou seja,

$$N_4(p(x, y)) = \{p(x + 1, y), p(x - 1, y), p(x, y + 1), p(x, y - 1)\}$$

- Vizinhança-de-D (ou vizinhança de diagonal): representada por $N_D(p(x, y))$, onde a vizinhança-de-D de um *pixel* intervalar é definida como o conjunto dos *pixels* intervalares que o cerca nas diagonais. Esta vizinhança pode ser expressa pela coordenadas

$$(x + 1, y + 1), (x + 1, y - 1), (x - 1, y + 1), (x - 1, y - 1)$$

ou seja,

$$N_4(p(x, y)) = \{p(x + 1, y + 1), p(x + 1, y - 1), p(x - 1, y + 1), p(x - 1, y - 1)\}$$

- Vizinhança-de-8: representado por $N_8(p(x, y))$, onde a vizinhança-de-8 de um *pixel* intervalar é definida como o conjunto de todos os *pixels* intervalares que o cerca, ou seja, a união de $N_4(p(x, y))$ e $N_D(p(x, y))$. Esta vizinhança é baseada em seus oito vizinhos próximos, que inclui os vizinhos de borda e os vizinhos de diagonal.

5.3.2 Conectividade entre *Pixels*

A conectividade de dois *pixels* intervalares é definida pela existência de características em comum entre eles e, sua vizinhança.

Seja V um conjunto de valores de níveis de cinza, e dois *pixels* intervalares p e q assumindo valores em V são conectados em,

- Conectividade-de-4: p e q são conectados-de-4 se $q \in N_4(p)$.
- Conectividade-de-8: $p(x, y)$ e q são conectados-de-8 se $q \in N_8(p)$.
- Conectividade-de-m (ou conectividade mista): p e q são conectados-de-m se $q \in N_4(p)$, ou se $q \in N_D(p)$ e o conjunto $N_4(p) \cap N_D(q) = \emptyset$.

5.3.3 Métricas de *Pixels* Intervalares

No capítulo 4 foram apresentados alguns exemplos de métricas (ou quasi-métrica), tais como, a métrica de Moore, a quasi-métrica e a métrica euclideana. As métricas intervalares para PID são feitas de forma análogas as métricas intervalares.

5.4 Operações Lógicas-Aritméticas entre *Pixels* intervalares

Operações lógicas e aritméticas são indispensáveis em processamento de imagens. Essas operações buscam resultados similares aos “clássicos”, contudo com maior certeza [Lyra, 2003].

5.4.1 Operações Aritméticas

As operações aritméticas entre dois *pixels* intervalares $p(x, y) = [p_1, p_2]$ e $q(x, y) = [q_1, q_2]$ são denotadas como:

- Adição: $A(p, q) = p(x, y) + q(x, y)$, isto é, $a(x, y) = [\min(p_1 + q_1, k), \min(p_2 + q_2, k)]$, com k sendo a constante do valor da máxima intensidade.
- Subtração: $S(p, q) = p(x, y) - q(x, y)$, isto é, $s(x, y) = [\max(p_1 - q_1, 0), \max(p_2 - q_2, 0)]$, com 0 o valor de intensidade mínimo.
- Multiplicação: $M(p, q) = p(x, y) * q(x, y)$, isto é, $m(x, y) = [\min(p_1 * q_1, k), \min(p_2 * q_2, k)]$, com k sendo a constante do valor da máxima intensidade.
- Divisão: $D(p, q) = p(x, y)/q(x, y)$ (com $q_1 \neq 0$), isto é, $d(x, y) = [\lfloor p_1/q_1 \rfloor, \lfloor p_2/q_2 \rfloor]$.

5.4.2 Operações Lógicas

As operações lógicas entre dois *pixels* intervalares $p(x, y) = [p_1, p_2]$ e $q(x, y) = [q_1, q_2]$ são denotadas como,

- Disjunção: $p(x, y) \vee q(x, y) = d(x, y)$, onde $d(x, y) = [d_1, d_2]$, e $d(x, y) = [\max\{p_1, q_1\}, \max\{p_2, q_2\}]$.
- Conjunção: $p(x, y) \wedge q(x, y) = d(x, y)$, onde $d(x, y) = [d_1, d_2]$, e $d(x, y) = [\min\{p_1, q_1\}, \min\{p_2, q_2\}]$.
- Negação: $\neg p(x, y) = k - p(x, y)$, sendo k a constante do valor da máxima intensidade.

Esses são alguns dos conceitos fundamentais e essenciais para o processamento de imagens intervalares.

5.5 Sistema de Processamento de Imagens Digitais Intervalares

Não existe ainda nenhum sistema de processamento de imagens digitais intervalares. O que existe atualmente são algumas técnicas que tratam dos problemas encontrados, principalmente, na aquisição da imagem utilizando conceitos da matemática intervalar. Existem também métodos intervalares para a melhoria da imagem.

Como visto anteriormente, o processamento de imagens digitais exige desde conhecimentos teóricos até recursos de *hardware* e *software*. O que será tratado a seguir consiste em algumas abordagens para o desenvolvimento do processo de segmentação intervalar de imagens.

O processo de *aquisição* de imagem intervalar consiste em adquirir uma imagem digital numa representação intervalar, como foi visto na sessão 5.2.

Após a obtenção da imagem digital intervalar o próximo passo é o *pré-processamento* da imagem intervalar. Esse processo modifica a imagem intervalar através de métodos para melhorá-la. Na tese de A. Lyra [Lyra, 2003] é mostrado a transformada de *Fourier* intervalar. A transformada de *Fourier* pode ser utilizado na etapa de pré-processamento de imagens.

O próximo passo trata da *segmentação* intervalar de imagens, onde, a idéia é desenvolver métodos de segmentação intervalar que produzam resultados seguros e que sejam eficientes. A segmentação intervalar pode ser abordada de duas formas. O primeiro é o desenvolvimento de métodos de segmentação intervalares que tratam de imagens reais, nos quais, o conceito de aritmética intervalar utilizado nesta abordagem consiste em minimizar erros de arredondamento e truncamento durante o processo. A outra forma está no desenvolvimento de segmentação de imagens intervalares, onde o método de segmentação será totalmente intervalar, cujo objetivo é uma precisão ainda maior no resultado, uma vez que, a imagem foi tratada desde o início no

formato de intervalos, o que possivelmente ocasiona menor estimativa de erro, tanto da aquisição quanto do processamento. Resumindo, a segmentação de uma imagem intervalar consiste em subdividir a imagem intervalar em partes ou objetos significativos como na segmentação tradicional. Esse processo no sistema deve ser tratado com a devida atenção, pois, pode otimizar a análise da imagem intervalar e possivelmente uma identificação de melhor qualidade no resultado.

A saída do processo de segmentação constitui no agrupamento de *pixels* contendo informações importantes para uma possível análise da imagem. A *representação* transforma esses dados para o processamento, e a *descrição* utiliza esses dados modificados para extrair as características relevantes de interesse do problema. Esse processo, resumidamente, captura os dados já segmentados e os converte para extrair informações úteis.

Após o processo de segmentação, intervalar ou não, os dados devem ser analisados e retornados como imagem.

Capítulo 6

Segmentação Intervalar de Imagens

6.1 Introdução

Como foi visto no Capítulo 3, o processo de segmentação consiste no primeiro passo para a análise de imagens, e quanto mais preciso o resultado do processo de segmentação, maior sucesso será obtido na análise. Sendo assim, desenvolver métodos de segmentação de imagens que retornem bons resultados é essencial e importante para uma boa análise de imagens.

O processo de segmentação intervalar consiste em subdividir imagens intervalares em partes ou objetos significativos com o objetivo de controlar possíveis erros computacionais durante o processamento, por exemplo, erros de truncamento, arredondamento, entre outros.

A segmentação intervalar pode ser tratada de várias formas, entre elas estão a segmentação intervalar de imagens digitais ou a segmentação de imagens digitais intervalares. No primeiro caso são métodos de segmentação parcialmente intervalares, ou seja, os métodos são intervalares, contudo, tratam de imagens reais (imagens digitais não intervalares). No outro caso, métodos de segmentação de imagens intervalares são métodos totalmente intervalares. Os dois métodos de segmentação intervalar possuem como objetivo

segmentar imagens com um maior controle dos erros computacionais durante o processamento.

A seguir serão mostrados exemplos de métodos desenvolvidos para segmentação intervalar, o método: o *K-means intervalar* e o método *K-means semi-intervalar*, ambos baseados no método *K-means*.

6.2 Método *K-means* Intervalar

O método *K-means* intervalar particiona um conjunto de padrões intervalares em k agrupamentos [Takahashi et al., 2004]. Ou seja, dado um conjunto de padrões intervalares, este será particionado em k agrupamentos ($Cluster_1, Cluster_2, Cluster_3, \dots, Cluster_k$), e cada agrupamento $Cluster_k$ possui n_k objetos intervalares. O centróide intervalar (ou média intervalar) \overline{C}_k , de cada agrupamento k é dado por,

$$\overline{C}_k = \frac{1}{n_k} \sum_{i=1}^{n_k} u_{ik} P_{ij} \quad (6.1)$$

onde, \overline{C}_k é o centróide intervalar do agrupamento $Cluster_k$, e u_{ik} é a pertinência do padrão intervalar P para o agrupamento $Cluster_k$, atribuída de acordo com a menor distância do padrão intervalar (ou *pixel* intervalar) P com o centróide \overline{C}_k , dada por,

$$d_{ik} = dist(P_{ij}, \overline{C}_k) \quad (6.2)$$

onde, P_{ij} é o valor intervalar de cada padrão da matriz M de tamanho ixj .

O método *K-means* intervalar utilizado em segmentação intervalar consiste em subdividir a imagem em k agrupamentos, onde os elementos de cada agrupamento $Cluster_k$ são agrupados de acordo com a similaridade entre eles, calculado através da distância intervalar. A função da distância intervalar $dist$ (6.2) pode ser definida como uma das métricas intervalares descritas no Capítulo 4, como a métrica de Moore ou uma quasi-métrica.

A matriz M de $i \times j$ é a representação da imagem intervalar, podendo também ter a representação dada pela função intervalar F . Cada pixel intervalar nas coordenadas (i, j) é representada por P . Logo, a função da distância é calculado por cada pixels intervalar P nas coordenadas (i, j) e por centróides \overline{C}_k . O critério de parada adotado para este método é similar ao critério de parada do *K-means* do Capítulo 3.

Uma descrição geral do procedimento do método *K-means* intervalar pode ser seguido abaixo.

1. Iniciar: a quantidade de k para agrupamentos; os valores intervalares do vetor de centróides \overline{C}_k ; o critério de parada;
2. Calcular a distância do pixel intervalar P na coordenada (i, j) com cada centróide intervalar \overline{C}_k ;
3. Verificar a similaridade do padrão intervalar P com o centróide intervalar \overline{C}_k através da pertinência u_{ik} do padrão intervalar P com o agrupamento $Cluster_k$, ou seja, o menor valor da distância entre o padrão intervalar p_{ij} e o centróide intervalar \overline{C}_k , e adicionar ao agrupamento $Cluster_k$;
4. Calcular a média intervalar de cada agrupamento $Cluster_k$ e atribuir os valores aos centróides intervalares \overline{C}_k ;
5. Repetir a partir do passo 2 caso o critério de parada não seja satisfeito.

De fato, algumas modificações podem ser feitas neste algoritmo, contudo, a idéia deste método é obter uma ótima imagem intervalar segmentada por meio da captura da imagem intervalar e também através deste método intervalar.

A Figura 6.1 mostra o resultado do *K-means* intervalar aplicado na imagem da Figura 3.3, sendo que, para gerar a imagem intervalar foi a partir da vizinhança, visto no capítulo de processamento de imagens intervalares.

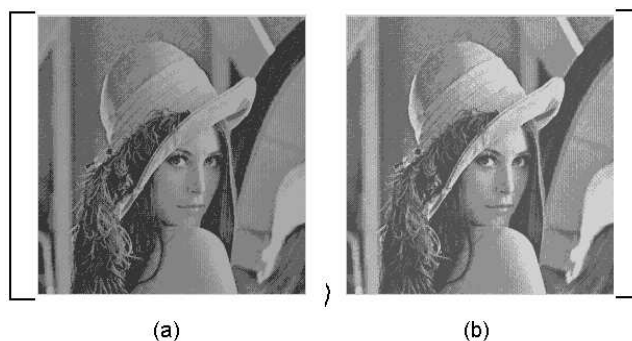


Figura 6.1: Resultado do método *K-means* intervalar na imagem da figura 3.3 para $k = 5$.

6.2.1 Estudos Comparativos

Foram realizados alguns estudos comparativos, afim de, analisar os resultados obtidos através do método de segmentação intervalar por *K-means* intervalar.

Para a realização destes estudos foram utilizadas trinta imagens digitais classificadas como imagens de: frutas, animais e desenhos animados. Dessas trinta imagens digitais foram geradas 30 imagens digitais intervalares e utilizadas neste método de segmentação.

A Tabela 6.1 e a Tabela 6.2 mostram o erro médio total das 30 imagens intervalares tendo como medidas de similaridades a distância de Moore e a distância Quasi-métrica, respectivamente. A segmentação intervalar foi feita para três valores diferentes de k .

Tabela 6.1: Erro médio total da distância de Moore pelo método *K-means* intervalar

<i>K-means intervalar (dist. de Moore)</i>			
	$k = 2$	$k = 4$	$k = 8$
Erro Médio Total	24,70725	16,28258	10,40431
Desvio Padrão	5,90388	2,65924	1,64084

Tabela 6.2: Erro médio total da distância Quasi-métrica pelo método *K-means* intervalar

<i>K-means intervalar (dist. Quasi-métrica)</i>			
	k = 2	k = 4	k = 8
Erro Médio Total	23,43337	12,37929	6,65143
Desvio Padrão	7,09682	2,09492	0,99857

Observando as Tabelas 6.1 e 6.2 nota-se claramente que aumentando a quantidade de k resulta em um erro médio total menor, mas isso é quase intuitivo, pois, uma vez que, aumenta a quantidade de k , diminui a rigidez do método. Contudo, a comparação das métricas intervalares, distância de Moore e Quasi-métrica, nota-se que a distância Quasi-métrica classifica com um erro médio total menor que a distância de Moore, e ambas tem um ganho em cima da distância Euclidiana, comparando com a Tabela 6.3.

Tabela 6.3: Erro médio total da distância Euclidiana pelo método *K-means*

<i>K-means (dist. Euclidiana)</i>			
	k = 2	k = 4	k = 8
Quant. Média de Épocas	27,37203	12,90037	6,76889
Desvio Padrão	4,68777	1,57266	0,63128

A Tabela 6.3 mostra o erro médio total do método tendo como medida de similaridade a distância Euclidiana.

As Tabelas 6.4 e 6.5 mostram a quantidade de épocas que o método intervalar demorou para convergir, tendo como medidas de similaridades as métricas: distância de Moore e distância Quasi-métrica, respectivamente.

A Tabela 6.6 mostra a quantidade de épocas que o método intervalar demorou para convergir tendo como medida de similaridade a distância

Tabela 6.4: Quantidade média de épocas da distância de Moore pelo método *K-means* intervalar

<i>K-means intervalar (dist. de Moore)</i>			
	k = 2	k = 4	k = 8
Quant. Média de Épocas	9,13333	22,86666	38,33333
Desvio Padrão	2,62974	9,33714	24,69728

Tabela 6.5: Quantidade média de épocas da distância de Quasi-métrica pelo método *K-means* intervalar

<i>K-means intervalar (dist. Quasi-métrica)</i>			
	k = 2	k = 4	k = 8
Quant. Média de Épocas	9,93333	24,63333	47,43333
Desvio Padrão	4,08194	11,51082	24,18771

Euclidiana.

Tabela 6.6: Quantidade média de épocas da distância Euclidiana pelo método *K-means*

<i>K-means (dist. Euclidiana)</i>			
	k = 2	k = 4	k = 8
Quant. Média de Épocas	7,93333	20,33333	38,73333
Desvio Padrão	1,84270	6,18780	12,06906

A comparação entre as duas métricas intervalares, observando a quantidade de épocas, a distância de Moore teve um melhor desempenho, observe as Tabelas 6.4 e 6.5, porém, as métricas intervalares ainda perdem para a métrica usual, comparar com a Tabela 6.6.

Analisando as Tabelas 6.4 e 6.6 percebe-se uma variação de de-

sempenho, relacionado a quantidade de épocas que o método (intervalar ou usual) demorou para convergir, entre o método *K-means* intervalar e o método *K-means* quando aumenta a quantidade de k .

6.3 Método *K-means* semi-intervalar

O método *K-means* semi-intervalar, como o próprio nome sugere, particiona um conjunto de n padrões em k agrupamentos, ($Cluster_1, Cluster_2, Cluster_3, \dots, Cluster_k$), utilizando somente algumas noções da aritmética intervalar para imagens digitais. Ou seja, para encontrar o centróide (ou a média de cada agrupamento), o método calcula o valor de

$$\bar{C}_k = \frac{1}{n_k} \sum_{i=1}^{n_k} u_{ik} p_{ij} \quad (6.3)$$

onde, \bar{C}_k é o centróide do agrupamento $Cluster_k$, e u_{ik} é a pertinência do padrão p_{ij} com o centróide C_k , e d_{ik} é a distância de cada padrão p em (i, j) com centróide \bar{C}_k , dada por,

$$d_{ik} = dist(p_{ij}, \bar{C}_k) \quad (6.4)$$

onde, p_{ij} é o valor de cada padrão da matriz M de tamanho ixj .

O método *K-means* semi-intervalar para segmentação intervalar subdivide a imagem em k agrupamentos, e cada agrupamento, $Cluster_k$, é formado pela similaridade entre seus elementos, assim como ocorre no método *K-means*, porém, este método permite que um padrão p pertença a mais de um agrupamento. Logo, este método permite uma sensibilidade maior para decidir os elementos que compõem cada agrupamento $Cluster_k$. Ou seja, são encontrados intervalos entre os centróides, e estes intervalos determinarão a nebulosidade (incerteza) do método, o grau de nebulosidade do método depende do intervalo para os centróides. A Figura 6.2 ilustra a nebulosidade do método.

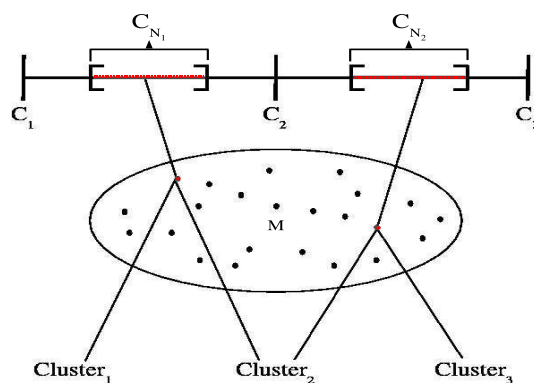


Figura 6.2 - Figura de nebulosidade do método.

Na Figura 6.2 considere $k = 3$ e, a representação dos 3 agrupamentos por $\{Cluster_1, Cluster_2 \text{ e } Cluster_3\}$, os centróides por $\{C_1, C_2 \text{ e } C_3\}$ e a imagem por M . A representação da imagem M de ordem $i \times j$, é uma matriz de elementos inteiros (os pixels). O método faz com que cada elemento da matriz M , os padrões p , sejam analisados para cada centróide $\{C_1, C_2 \text{ e } C_3\}$ e também com as regiões nebulosas, ou seja, os intervalos entre cada centróide (ilustrado na Figura 6.2 como a parte entre colchetes), determinando assim, os padrões p_{ij} da matriz M que pertencerão inteiramente a cada centróide como também os padrões p_{ij} , que estejam na região nebulosa e, que pertencerão a mais de um centróide. Na Figura 6.2 temos dois padrões que que pertencem a alguma região nebulosa. A região nebulosa é definida por,

$$C_{N_k} = dif_C \text{ op } k \quad (6.5)$$

onde, dif_C é a diferença entre dois centróides C_{k+1} e C_k , op é o operador para determinar os extremos do intervalo da região nebulosa, e k é uma constante que irá determinar o tamanho do intervalo.

Na Figura 6.2 existem dois padrões p que pertencem a região nebulosa, ou seja, o padrão p_{ij} é similar ao centróide \bar{C}_k e também ao centróide \bar{C}_{k+1} , pertencendo ao agrupamento $Cluster_k$ e também ao agrupamento $Cluster_{k+1}$.

O método pode ser descrito da seguinte forma,

1. Iniciar: a quantidade de k para agrupamentos; os valores do vetor de centróides \bar{C}_k e os valores do vetor de centróides \bar{C}_{k-1} ; o critério de parada;
2. Calcular a distância do padrão p nas coordenadas (i, j) com cada centróide \bar{C}_k ;
3. Verificar a similaridade do padrão p em (i, j) e o centróide intervalares \bar{C}_k , e adicionar ao agrupamento $Cluster_k$; verificar se o pixel p em (i, j) pertence ao centróide intervalar \bar{C}_{k-1} e adicioná-lo ao agrupamento $Cluster_{k-1}$ e $Cluster_k$;
4. Calcular a média intervalar de cada agrupamento $Cluster_k$ e atribuir esse valor ao centróide \bar{C}_k , e calcular os novos centróides \bar{C}_k através dos novos centróides;
5. Repetir à partir do Passo 2 caso não satisfaça o critério de parada.

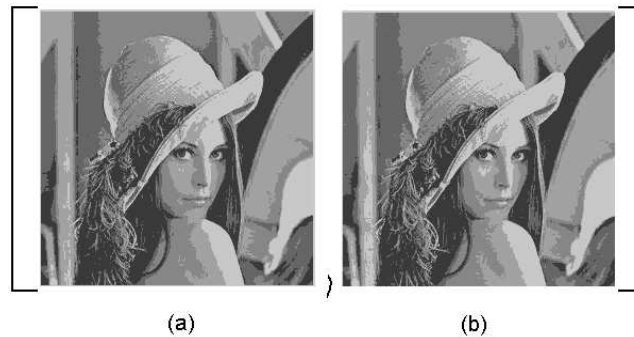


Figura 6.3 - Resultado do método *K-means* semi-intervalar na imagem da figura 3.3 para $k = 5$.

A Figura 6.3 ilustra o resultado do processo de segmentação de imagens por *K-means* semi-intervalar aplicado a Figura 3.3 para $k = 5$.

6.3.1 Estudos Comparativos

Foram realizados alguns estudos, afim de, analisar os resultados obtidos através do método de segmentação semi-intervalar por *K-means* semi-intervalar.

As imagens utilizadas nesta análise foram as mesmas imagens digitais utilizadas no estudo anterior, imagens classificadas por: frutas, animais e desenhos animados.

A Tabela 6.7 e a Tabela 6.8 mostram o erro médio total das 30 imagens tendo como medida de similaridade a distância Euclidiana, e a sensibilidade de 0,1 e 0,2, respectivamente. A segmentação intervalar foi feita para três valores diferentes de k .

Tabela 6.7: Erro médio total da distância Euclidiana pelo método *K-means* semi-intervalar

<i>K-means semi-intervalar (dist. Euclidiana) - 10%</i>			
	k = 2	k = 4	k= 8
Erro Médio Total	33,34821	27,97221	26,01783
Desvio Padrão	5,05496	3,81948	4,47209

Tabela 6.8: Erro médio total da distância Euclidiana pelo método *K-means* semi-intervalar

<i>K-means semi-intervalar (dist. Euclidiana) - 20%</i>			
	k = 2	k = 4	k= 8
Erro Médio Total	39,82398	38,65349	37,96186
Desvio Padrão	5,99304	6,17058	6,89060

Observando as Tabelas 6.7 e 6.8, o erro médio total provocado pelo método *K-means* semi-intervalar é muito superior ao erro médio total

através do método usual, Tabela 6.3, inclusive ao aumentar a sensibilidade do método, Tabela 6.8.

A Tabela 6.9 e 6.10 mostram a média da quantidade de épocas para as 30 imagens tendo como medida de similaridade a distância Euclidiana, e a sensibilidade de 0,1 e 0,2, respectivamente. A segmentação intervalar foi feita para três valores diferentes de k .

Tabela 6.9: Quantidade média de épocas da distância Euclidiana pelo método *K-means* semi-intervalar

<i>K-means semi-intervalar (dist. Euclidiana) - 10%</i>			
	k = 2	k = 4	k = 8
Quant. Média de Épocas	6,96667	15,50000	25,70000
Desvio Padrão	1,76037	6,73177	13,50839

Tabela 6.10: Quantidade média de épocas da distância Euclidiana pelo método *K-means* semi-intervalar

<i>K-means semi-intervalar (dist. Euclidiana) - 20%</i>			
	k = 2	k = 4	k = 8
Quant. Média de Épocas	7,34483	15,33333	25,16667
Desvio Padrão	2,29854	6,84791	11,23116

Analisando as Tabelas 6.9 e 6.10 em comparação com a Tabela 6.6, houve um ganho no tempo de convergência entre o método semi-intervalar com o método usual. Conforme aumenta-se a sensibilidade do método semi-intervalar diminui-se o tempo de convergência.

Neste capítulo foram descritos dois métodos para segmentação intervalar, porém, foram realizados estudos também para estender o método c-means para ser um método de segmentação intervalar (trabalhos futuros). Os estudo na lógica Fuzzy é

visto em [Bedregal and Takahashi, 2004, Silveira and Bedregal, 2001, Takahashi and Bedregal, 2004a, Takahashi and Bedregal, 2004b, Silveira, 2002].

Capítulo 7

Estudo de Caso: Uma Ferramenta de Auxílio ao Diagnóstico do Câncer de Mama

7.1 Introdução

O câncer de mama é o tipo de câncer que mais mata mulheres no mundo todo [INCa, 2005]. A importância em diminuir o número de casos de mortalidade por este tipo de câncer é notória, e várias pesquisas científicas estão voltadas para esse fim.

O desenvolvimento de técnicas computacionais em processamento de imagens (bem como segmentação de imagens e segmentação intercalar) dá uma pequena contribuição no combate ao câncer de mama feminina na medida que auxilia no diagnóstico médico do câncer de mama.

7.2 O Câncer

O estudo epidemiológico de câncer (CA) tem a finalidade de prevenir e controlar a doença no país. Pesquisas feitas pelo Ministério de Saúde (MS) através do Instituto Nacional de Câncer (INCA) tem desempenhado bem

este papel. A atualização de informações sobre a doença no país é realizado através de pesquisas sobre a incidência, morbidade e mortalidade da doença no país, resultando em estimativas do quadro epidemiológico da doença, juntamente com os fatores de riscos, podendo assim, melhorar a aplicação de planejamento e aprimoramento através da área da saúde que visam a prevenção da doença.

Tabela 7.1: Estimativas para 2005 de número de casos novos de câncer, em homens e mulheres, segundo localização primária.

Localização Primária - Neoplasia Maligna	Estimativas de Casos Novos		
	Masculino	Feminino	Total
Pele não melanoma	56.420	56.600	113.020
Mama feminina	-	49.470	49.470
Traquéia, brônquio e pulmão	17.110	8.680	25.790
Estômago	15.170	7.975	23.145
Colo do útero	-	20.690	20.690
Próstata	46.330	-	46.330
Cólon e reto	12.410	13.640	26.050
Esôfago	8.140	2.450	10.590
Leucemias	5.115	4.075	9.190
Cavidade oral	9.985	3.895	13.880
Pele melanoma	2.755	3.065	5.820
Outras localizações	56.175	67.290	123.465
Total	229.610	237.830	467.440

As estimativas do INCA para o ano de 2005 apontam 467.440 casos novos de CA no Brasil [INCa, 2005]. Para o ano de 2005, com exceção ao câncer de pele não melanoma, que contabilizaria 113.000 casos novos, estima-se que 229.610 casos novos de CA serão do sexo masculino, sendo a maior incidência para o câncer de próstata e pulmão. E para o sexo feminino serão

237.830 casos novos de CA, com incidência maior no câncer de mama e de colo do útero. A Tabela 7.1 mostra uma estimativa para 2005 de neoplasia maligna (ou câncer) em sua localização primária.

Das neoplasias malignas apresentadas na Tabela 7.1, o câncer de pele não melanoma é o mais incidente no Brasil para ambos os sexos. Podendo verificar também que o câncer de mama e o câncer de próstata está em segundo e em terceiro tipo mais incidente no país. Contudo, o câncer de mama é o segundo tipo de câncer com mais incidência no mundo e o primeiro entre as mulheres [INCa, 2005].

Apesar do câncer de mama ser um tipo de CA que pode ser diagnosticado precocemente, ainda é um dos que ocasiona altas taxas de mortalidade devido a sua detecção em estágio avançado. Segundo as informações do INCA [INCa, 2005] 50% dos tumores de mama são diagnosticados em estágio III e IV, ou seja, em um estágio avançado da doença.

Nas sessões seguintes serão vistas com maiores detalhes esse tipo de câncer que possui a maior incidência de mortalidade entre as mulheres do Brasil e do mundo.

7.3 O Câncer de Mama

O câncer de mama é o primeiro tipo de CA não prevenível de maior índice de mortalidade entre as mulheres. Segundo no mundo, segundo o INCA estima-se que haverá cerca de 1 milhão de novos casos em 2005 entre as mulheres do mundo, e 49.470 casos novos entre as mulheres do Brasil. Este tipo de CA é mais freqüente nos países desenvolvidos, e tem apresentado um crescimento contínuo desde as últimas décadas [INCa, 2005].

O prognóstico do câncer de mama é relativamente bom, se diagnosticado precocemente. A estimativa de sobrevida média cumulativa da população mundial após cinco anos é de 61%, nos países desenvolvidos é de 65% e nos países em desenvolvimento é de 56%. Estudos epidemiológicos do

Ministério da Saúde (MS) [MS, 2004], mostram que não existem evidências específicas de prevenção primária do câncer de mama aplicáveis à população, embora esses estudos sugiram que existem alguns fatores de riscos que elevam o desenvolvimento do câncer de mama, tais como alguns fatores ambientais e comportamentais, por exemplo, alcoolismo, sedentarismo, obesidade, e também o fator idade, especialmente à partir dos 40 anos. Outros fatores associados ao risco de desenvolvimento do câncer de mama são o histórico familiar de câncer de mama, menarca precoce, menopausa tardia, nuliparidade e uma primeira gestação a termo tardia.

Os avanços tecnológicos têm direcionado a prevenção de câncer de mama para a detecção precoce da doença, conseguindo assim aumentar as chances de sobrevivência dos pacientes. Este tipo de diagnóstico precoce pode ser obtido basicamente por intermédio do exame clínico, auto-exame, ou pela realização de técnicas imagiológicas.

O câncer de mama é menos freqüente nos homens devido especialmente a atrofia existente nas mamas. A formação das células destes órgãos (as mamas), e também de diversos outros órgãos do corpo, permanecem em constante reprodução para diversas funções, desde o próprio crescimento orgânico, até na substituição e renovação de células mortas. Esse processo é realizado de forma controlada e de acordo com as necessidades do organismo. Porém, de alguma forma ainda desconhecida este controle é quebrado, e algumas células começam a se reproduzir com maior velocidade, gerando massas celulares (neoplasia). A neoplasia (ou tumor) pode ser classificada de duas formas: maligna ou benigna.

- Neoplasia maligna (ou câncer): neste caso, o crescimento das células ocorre de forma rápida, desordenada e infiltrante. As células recém criadas não guardam semelhança alguma com as células que lhe deram origem. Neste tipo de neoplasia existe um alto risco de vida do envolvido, principalmente devido a possibilidade de metástase do CA, ou seja, a propagação das células neoplásicas de sua localização inicial para

qualquer outra parte vital do corpo, até alcançar a corrente sanguínea e se tornar irreversível levando a morte do doente.

- Neoplasia benigna: a origem deste tipo de neoplasia é o mesmo que da neoplasia maligna, contudo, não existe metástase, apresentam algumas características diferentes, e raramente existe risco de vida ao envolvido.

Para estudar sobre o câncer de mama é preciso apresentar alguns conceitos antes.

7.3.1 Estruturas das Mamas

O tecido mamário é composto por glândulas que têm como função principal a secreção de leite [INFOMED, 2005]. Essas glândulas estão situadas na parede anterior do tórax e se compõem de:

- **Ácino:** menor parte da glândula e responsável pela produção de leite durante a lactação;
- **Lóbulo mamário:** conjunto de Ácinos;
- **Lobo mamário:** conjunto de lóbulos mamários que se ligam a papila através de um ducto;
- **Ductos mamários:** em número de 15 a 20 canais, conduzem a secreção (leite) até a papila;
- **Papila:** protuberância elástica onde desembocam os ductos mamários;
- **Aréola:** estrutura central da mama onde se projeta a papila;
- **Tecido adiposo:** todo o restante da mama é preenchido pelo tecido adiposo ou gorduroso, cuja quantidade varia com as características físicas, estados nutricionais e idade da mulher.

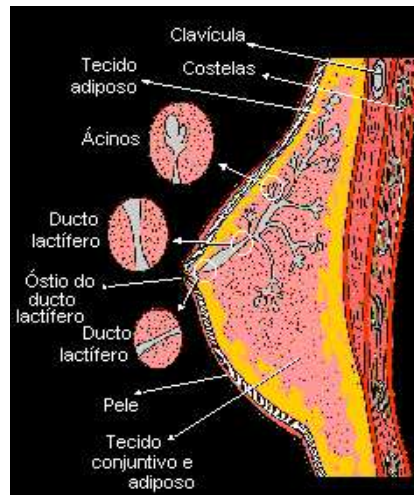


Figura 7.1: Glândulas do tecido mamário.

O desenvolvimento da mama da mulher ocorre em várias fases. Na fase da puberdade (de 8 aos 15 anos), o crescimento das mamas se dá em função do desenvolvimento glandular e da deposição aumentada de tecido adiposo. Há também um acréscimo de aréolas e papilas mamárias nesse estágio. O tamanho e a forma das mamas resultam de fatores genéticos e alimentares. O contorno arredondado e a maior parte do volume das mamas é produzido pelos lóbulos de gordura. Durante a gravidez, ocorre um acréscimo de glândulas mamárias e a formação de um novo tecido glandular. O aumento do volume mamário observado na maioria das mulheres durante o ciclo menstrual deve-se à produção aumentada dos hormônios gonadotrópicos (hormônio estimulador do folículo - FSH - e do hormônio luteinizante - LH).

Ao se aproximar da menopausa, o tecido mamário atrofia-se, sendo substituído progressivamente por tecido adiposo, até se constituir - quase que exclusivamente - de gordura e resquícios de tecido glandular na fase pós-menopausa. A consequência direta do acúmulo de gordura observado é a redução na densidade e na firmeza em mamas de mulheres na fase pós-menopausa, em comparação com mulheres mais jovens, que apresentam uma maior quantidade de tecido glandular.

Essa diferença no tecido mamário é sentida em técnicas imagiológicas que utilizam da radiografia, ou seja, a mamografia ou mamograma.

7.3.2 Ação Hormonal

A ação hormonal ocorre durante o ciclo menstrual da mulher, onde há a modificação das mamas que ocorre através de ação do estrogênio e da progesterona, que são os hormônios sexuais femininos. A ação do hormônio progesterona durante a segunda fase do ciclo - a menstruação, leva a uma retenção de líquidos no organismo, mais sentido nas mamas, e provoca aumento, endurecimento e dor nas mamas.

Durante este período a sintomatologia exarcebada pelo edema torna o exame das mamas mais difícil para o médico e também pela mulher (auto-exame). Geralmente, o exame é realizado após a menstruação, pois as mamas encontram-se menores, menos consistentes e indolores, como observado em [Pazuello, 2003].

Um outro fator sobre a ação hormonal nas mamas está relacionado na reposição hormonal, necessária no fim ciclo menstrual - a menopausa.

A reposição hormonal faz com que as mamas se tornem densas, ou seja, quando a mulher é jovem suas mamas são compostas em grande parte pelo tecido glandular, sendo mamas densas, mas com o passar da idade, o tecido glandular das mamas é substituído pelo tecido adiposo, tornando-se menos densa, mas, com a reposição hormonal as mamas encontram-se novamente densas. Isto faz com que a variação da densidade dificulte o diagnóstico por imagens utilizando a mamografia, ver em [FEBRASGO, 2001, Figueira et al., 2003, Giannotti et al., 2003, Santos, 2002].

7.3.3 O Nódulo

A medida do câncer de mama considerada como clinicamente inicial são para tumores com menos de 0,5 cm de diâmetro, do câncer de mama clinicamente palpável para tumores entre 0,5 e 1 cm de diâmetro, e do câncer de mama diagnosticado pelo auto-exame para tumores maiores que 2 cm de diâmetro [Santos, 2002]. Apesar do câncer de mama de 0,5 cm de diâmetro ser considerado clinicamente inicial, este já é representado como um tumor biologicamente tardio.

Segundo o INCA, as modificações verificadas nas mamas femininas mostram a dificuldade de análise do tecido mamário. Isto se deve ao fato das mamas representarem irregularidades devido à ação hormonal [FEBRASGO, 2001, Figueira et al., 2003, Novelline, 1999, Pazuello, 2003, Santos, 2002, Stefenon et al., 2003]. Algumas irregularidades mamárias podem ser vistas como:

- Cisto mamário: é considerado uma alteração funcional benigna nas mamas, sendo encontrado com muita frequência em exames clínicos e ultrasonografias. O cisto mamário consiste em acúmulo de líquidos sem grande importância dentro da mama, e é apresentado como pequena bolha de água. Mas existe o risco relativamente baixo de estar crescendo dentro dessa bolha uma parte sólida.
- Fibroadenoma: é um tumor benigno de crescimento limitado e expansão apenas local, é mais frequente em mulheres jovens. Os fibroadenomas são nódulos de tamanhos variados (cerca de 1 a 2 cm), consistentes, bastante móveis, não dolorosos e bem delimitados. O tratamento ocorre por meio de uma pequena cirurgia, o qual se extrai todo o nódulo, para se efetuar de uma análise microscópica em que permite o diagnóstico diferencial de certeza com o câncer.
- Processos inflamatórios: (ou mastites) são caracterizados pelo aumento do volume da mama, pela presença de vermelhidão da pele, por calor lo-

cal e edemas, acompanhados de pus e dor local. Geralmente, as mastites apresentam em mulheres durante o período de amamentação, e desencadeiam pela penetração de germes através da aréolas ou papilas. O diagnóstico dessa alteração nas mamas deve ser considerada, pois, o câncer de mama do tipo inflamatório apresenta a mesma sintomatologia das mastites, sendo necessário um diagnóstico diferencial para descartar a hipótese de câncer. O tratamento das mastites é realizado através de antibióticos, antiinflamatórios e drenagem.

- Densidades assimétricas: apresentam características semelhantes aos nódulos, mas podem ser causadas por cicatrizes pós-operatórias ou inflamações.

O aparecimento de qualquer anomalia nas mamas deve ser imediatamente investigado, para assim poder descartar a hipótese de CA. Os nódulos (tumores) malignos possuem uma densidade alta e são infiltrantes, ou seja, a área considerada como lesão invade os tecidos vizinhos da mama e assumem formatos espiculados com bordas irregulares. As características mais frequentes são:

- Opacidade circunscrita: é o próprio nódulo e é encontrado em imagens mamográficas - nódulo não palpável, exame clínico - nódulo palpável.
- Contorno espiculado: corresponde aos nódulos com bordas espiculadas ou estreladas, e geralmente são diagnosticados como carcinoma.
- Contorno lobulado: são nódulos com aspectos lobulados, onde representam um crescimento tumoral, sendo suspeitos de malignidade sobretudo quando existe contornos mal definidos ou atenuados.
- Contorno bem definido: no geral, são considerados nódulos benignos, mas se existe o crescimento de massa dentro deste tipo de nódulo, existe a suspeita de malignidade.

- Densidade: a densidade de nódulos malignos (ou carcinomas) possuem densidades médias a altas, e raramente apresentam densidades baixas.
- Tamanho: os nódulos palpáveis são de aproximadamente 1 à 2 cm de diâmetro. O tempo médio de duplicação é aproximadamente 180 dias. O acompanhamento do crescimento tumoral auxilia no diferencial dos nódulos malignos dos benignos, uma vez que, os nódulos benignos têm o crescimento mais lento.

Outras importantes características são, a presença de microcalcificações nos tumores [Montenegro and Franco, 1992, Yamaguchi and Pereira, 2002] e linfonodos axilares [Abreu and Koifman, 2002].

As microcalcificações são pequenas deposições de cálcio em tecidos lesados, e o processo de formação dessas microcalcificações se assemelha ao processo fisiológico de ossificação. As microcalcificações podem ser encontradas em exames mamográficos, e dependendo da quantidade de pontos (as microcalcificações) e do formato tendem a ser mais agressivas.

A presença de metástases nos linfonodos axilares, localizado próximo das axilas, ocorre geralmente em pacientes com câncer de mama. O tamanho do tumor e as condições dos linfonodos axilares são dois importantes indicadores de câncer de mama e o risco dos linfonodos axilares estarem comprometidos é diretamente proporcional ao tamanho do tumor.

Com o diagnóstico precoce do câncer de mama é reduzido o risco de tratamentos radicais, como por exemplo, a mastectomia - retirada da mama.

7.3.4 Sintomas e Fatores de Risco

Alguns fatores de risco e sintomas podem caracterizar o câncer de mama.

7.3.4.1 Sintomas e sinais

O sinal mais comum do câncer de mama é o aparecimento de nódulos, sobretudo quando não mudam de aspecto durante a apalpação e também não desaparecem com o tempo (fora do período menstrual). É observado que nem todos os nódulos palpáveis são câncer, podendo ser nódulos benignos, mas esse diagnóstico só pode ser dado pelo médico especialista. Esses nódulos podem vir acompanhados ou não de dor e/ou irritação.

Outros sinais de suspeita de câncer encontrados na mama são edema (inchaço), ruga (retração da pele), eritema (rubor congestivo da pele), “dimple” (buracos, covinhas), ulceração da pele da mama e sangramento pelo mamilo, desvio do mamilo e alteração da aréola. Outros sintomas que a paciente pode vir a sentir são astenia (fraqueza), geralmente se apresentado em pacientes cujo o câncer de mama já está muito avançado, a síndrome anorexia ou caquexia (falta de apetite ou fraqueza geral do organismo) ocorre entre 65% e 85% dos casos, enquanto que dor ocorre em 60% a 90% nos casos de pacientes com o câncer de mama avançado.

7.3.4.2 Fatores de Risco

Inúmeros fatores podem ser considerados como fatores de risco que elevam o desenvolvimento do câncer de mama, porém, não há informações suficientes para especificar uma prevenção primária do câncer de mama.

Os fatores relacionados com o aumento de risco de câncer de mama são, segundo [Abreu and Koifman, 2002, Novelline, 1999, Pazuello, 2003, Santos, 2002, INCa, 2005]:

- Idade: mulheres após 40 anos, sobretudo acima de 50 anos;
- Histórico familiar: mulheres que possuem ou possuíam parentes com câncer de mama;
- Menarca precoce: mulheres que teve o início da menstruação precoce;

- Menopausa tardia: acima da idade da menopausa, a idade da menopausa ocorre geralmente entre 45 à 55 anos;
- Nuliparidade: mulheres que nunca tiveram filhos;
- Paridade tardia: mulheres que tiveram filhos acima dos 40 anos.

Estudos de epideomologia mostram que mulheres à partir de 40 anos estão mais sujeitas a desenvolverem câncer de mama, e que a prevenção ainda é o melhor meio de evitar a mortalidade por câncer de mama.

7.3.5 Estatísticas

Segundo o INCA, as estimativas de incidência do câncer de mama para o 2005 no Brasil é de 49.470 casos novos, com um risco estimado de 53 casos a cada 100 mil mulheres [INCa, 2005].

O câncer de mama é considerado o CA de maior mortalidade entre as mulheres do mundo, sendo o segundo tipo de CA de maior freqüência.

Na Tabela 7.2 tem a estimativa para 2005 de números de casos novos de câncer, por estado, segundo sua localização primária.

As siglas para a Tabela 7.2 são: **UF** - Unidade de Federação; **PNM** - Pele não Melanoma; **MF** - Mama feminina; **P** - Próstata. Os demais são siglas de UFs brasileiras.

Na Tabela 7.2 fora mostrados somente três tipos de câncer, segundo sua localização primária, de maiores estimativas para o ano 2005 para ambos os sexos. Apesar do câncer de pele não melanoma possuir maior incidência, este tipo de CA pode ser prevenido e, com tratamentos adequados possui cura. Entretanto, o câncer de mama é um CA não prevenível e possui um grande número de mortalidades muito preocupante para ações governamentais de saúde no Brasil e no mundo.

Como o interesse maior está relacionado ao câncer de mama e, este tipo de CA ocorre com maior freqüência no sexo feminino, com apenas 1% dos casos para o sexo masculino, a Tabela 7.3 mostra que, o câncer de mama é

Tabela 7.2. Estimativas para 2005 de número de casos novos de câncer, por estado

UF	PNM	MF	P	UF	PNM	MF	P
AC	150	40	70	PB	1.080	350	280
AL	610	290	290	PR	7.870	2.990	3.180
AP	140	30	50	PE	5.380	1.910	1.990
AM	1.170	280	350	PI	1.330	240	460
BA	4.520	1.810	2.380	RJ	11.420	8.100	5.800
CE	5.850	1.430	1.790	RN	2.410	490	540
DF	1.160	650	530	RS	9.740	5.050	4.440
ES	1.160	730	820	RO	690	130	220
GO	4.290	970	1.230	RR	0	20	40
MA	870	300	400	SC	5.660	1.610	1.540
MT	1.600	360	570	SP	32.070	16.090	13.020
MS	1.270	500	650	SE	420	270	330
MG	9.910	4.220	4.580	TO	390	80	210
PA	1.860	530	570				
Brasil					113.020	49.470	46.330

o segundo tipo de CA de maior estimativa de casos novos para o ano de 2005 [INCa, 2005].

Na Tabela 7.3 mostra que no Brasil o risco de câncer de mama, em mulheres, é de aproximadamente 53 casos novos a cada 100.000 mulheres.

A Tabela 7.4 refere-se a taxas brutas de incidência do câncer de mama de casos novos por 100.000 mulheres estimadas para o ano de 2005, segundo a Unidade de Federação.

A Tabela 7.4 mostra o risco estimado para cada 100.000 mulheres, onde nas regiões sul e sudeste ocorrem os maiores índices de novos casos

Tabela 7.3. Estimativas para 2005 das taxas brutas de incidência por 100.000 e de números de casos novos por câncer, em mulheres, segundo localização primária.

Localização primária - Neoplasia maligna	Estimativas de casos novos			
	Estados		Capitais	
	Casos	Taxa bruta	Casos	Taxa bruta
Pele não melanoma	56.600	60,53	15.010	68,58
Mama	49.470	52,93	18.220	82,55
Colo do útero	20.690	22,14	6.660	30,03
Cólon e reto	13.640	14,60	5.295	23,80
Traquéia, brônquio e pulmão	8.680	9,31	2.855	12,78
Estômago	7.975	8,62	2.520	11,62
Leucemias	4.075	4,35	1.275	5,90
Cavidade oral	3.895	4,18	1.255	5,66
Pele melanoma	3.065	3,27	1.010	4,40
Esôfago	2.450	2,61	525	2,33
Outras localizações	67.290	71,96	21.945	99,97
Total	237.830	254,35	76.610	348,63

de câncer de mama, sendo que na região sudeste o risco estimado é de 73 casos novos por 100.000 [INCa, 2005]. O Rio Grande do Norte está no segundo grupo de maior taxa bruta de incidência por 100.000 mulheres estimadas a apresentar câncer de mama.

7.3.6 Detecção Precoce

A detecção do câncer de mama em estágio inicial pode aumentar a sobrevida do paciente.

Tabela 7.4. Estimativa de taxas brutas de incidência por 100.000 mulheres, segundo a UF, para o câncer de mama feminino.

Taxa bruta	UF
43,93 a 101,19	MS, PR, RJ, RS, SP, SC
26,76 a 43,93	CE, ES, GO, MG, PE, SE, RN
16,53 a 26,76	AL, AM, BA, MT, PB, RO
9,85 a 16,53	AC, AP, MA, PA, PI, RR, TO

Para a detecção precoce do câncer de mama recomenda-se [MS, 2004]:

- Rastreamento anual: exame clínico da mama anual feito em mulheres à partir de 40 anos;
- Rastreamento mamográfico: exame através de mamografia para mulheres de 50 a 69 anos, realizados em um intervalo de no máximo dois anos por exame;
- Exame clínico da mama e mamografia anual, a partir dos 35 anos: exames para mulheres pertencentes a grupos populacionais com risco elevado de desenvolver câncer de mama;
- Garantia de acesso ao diagnóstico, tratamento e seguimento para todas as mulheres com alterações nos exames realizados.

7.3.7 Diagnóstico

O diagnóstico pode ser realizado através de exame clínico e/ou por técnicas imagenológicas. No exame clínico é possível identificar lesões nas mamas, sendo encaminhado a um diagnóstico através de técnicas por imagens das mamas, ultra-sonografia e mamografia.

Para o diagnóstico do câncer de mama usa-se o exame clínico e técnicas imagenológicas (diagnóstico de lesões palpáveis e não palpáveis). Mas além desses dois tipos de diagnósticos existe também o diagnóstico por citopatologia e histopatologia, onde o diagnóstico citopatológico analisa as lesões mamárias por critérios citológicos, e o diagnóstico histopatológico emite relatório contendo informações necessárias sobre a neoplasia, tais como, características da neoplasia, estado linfonodal e marcadores prognósticos avaliados por imunohistoquímico [MS, 2004].

7.3.7.1 Diagnóstico de Lesões Palpáveis

Se houver lesão suspeita é preciso buscar confirmação por exames complementares. Para diagnóstico de câncer de mama são eleitos dois métodos, a ultra-sonografia e a mamografia. A ultra-sonografia é recomendado para mulheres com lesões palpáveis com menos de 35 anos, devido a densidade da mama, e para mulheres com idade igual ou acima de 35 anos é recomendado a mamografia podendo ser utilizado a ultra-sonografia na existência de dificuldades no diagnóstico.

7.3.7.2 Diagnóstico de lesões não palpáveis

Para lesões não palpáveis segue a conduta da classificação Bi-Rads (Breast Imaging Reporting and Data System) [MS, 2004, Quadros, 2003], verificado na Tabela 7.5.

7.3.8 Mamografia

A mamografia constitui uma forma particular da radiologia usada para detecção do câncer de mama. Uma vez que a mamografia pode detectar o câncer de mama antes que este seja detectado através da palpação, tornou-se um exame de triagem muito importante e eficiente. O câncer de mama detectado em estágio inicial, não palpável, possibilita maiores chances de sobrevivência da paciente, pois o câncer detectado através do auto-exame ou pela

Tabela 7.5: Classificação Bi-Rads para laudos de mamografia

Categorias Bi-Rads	
Categoria	Interpretação
0	inconclusivo
1	benigno
2	benigno
3	provavelmente benigno
4	suspeito (A, B, C)
5	provavelmente maligno
6	lesão já biopsiada e diagnosticada como maligna, mas não retirada nem tratada

palpação feita pelo médico encontra em estágio avançado [Louveira et al., 2004, Medeiros et al., 2003, Neto et al., 2002, Novelline, 1999, Pazuello, 2003, Pires et al., 2004, Santos, 2002, Yamaguchi and Pereira, 2002].

O exame preventivo ou exame de triagem de câncer de mama deve ser realizado através da mamografia e do exame clínico das mamas. A mamografia pode detectar a presença de um câncer de mama em fase inicial, mas nunca excluir um câncer de mama em paciente com massa palpável, ou seja, se descoberto ou existir suspeita de alguma anormalidade nas mamas deve-se investigar a possibilidade de câncer de mama.

Segundo Novelline [Novelline, 1999], existem dois tipos de mamografias, a mamografia de triagem e a mamografia diagnóstica.

- Mamografia de triagem: realizada em mulheres assintomáticas, para detectar um câncer de mama não suspeito em estágio precoce;
- Mamografia diagnóstica: realizada para avaliar anomalias encontradas nas mamas, por exemplo, massas palpáveis, secreção mamilar, retração do mamilo ou alterações na pele.

A mamografia geralmente é bilateral possuindo duas incidências para cada mama: médio lateral oblíqua (MLO), crânio caudal (CC). No exame, as mamas são vigorosamente comprimidas para espalhar o tecido mamário, como pode ser visto na Figura 7.2, tornando o exame um pouco desconfortável. Na projeção feita em crânio caudal, o feixe de raios-x incidem na direção do eixo da coluna vertebral e no sentido do crânio para os pés; na médio lateral oblíqua os raios-x incidem na direção perpendicular (oblíqua) à projeção crânio caudal.



Figura 7.2: Paciente no exame de mamografia.

Nas mamografias, o câncer de mama geralmente aparece como massas estreladas com bordas espiculadas. O câncer de mama pode também aparecer como vários pontos (cachos) de microcalcificações, com ou sem tumor.

A Figura 7.3 mostra uma imagem mamográfica de um tumor maligno.

As Figuras 7.4 e 7.5 mostram microcalcificações nas mamografias, sendo que, a Figura 7.4 mostra uma parte de uma imagem mamográfica contendo microcalcificações, e a Figura 7.5 mostra outro exemplo de mamografia contendo um tumor maligno e também microcalcificações, vistas na periferia da massa tumoral.

Um exame mamográfico à ser considerado deve possuir sensibilidade e especificidade para a avaliação correta do radiologista.



Figura 7.3: Mamografia de um câncer de mama, onde o tumor aparece com1 bordas espiculadas e retração da pele.

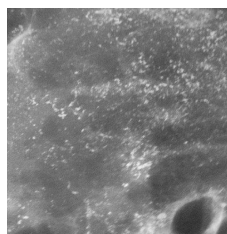


Figura 7.4: Uma parte da imagem mamográfica de câncer de mama contendo microcalcificações.



Figura 7.5: Mamografia de um câncer de mama com tumor de bordas espiculadas e também com microcalcificações.

7.3.8.1 Densidade em Mamografias

A densidade mamográfica corresponde à variação da capacidade de penetração dos raios-X nos tecidos da mama. A parte do órgão que possui maior capacidade de absorver os raios-X é visto na imagem mamográfica como a área mais clara, sendo considerado um tecido mais denso, do contrário, uma mama menos densa possui menos capacidade de absorção de raios-X.

Em exames por imagem deve-se tomar algumas precauções, pois a variação de densidade radiológica pode ter efeitos negativos sobre a sensibilidade do exame.

7.3.9 Ferramenta de Auxílio ao Diagnóstico

Deve estar claro que para o diagnóstico do câncer de mama, vários fatores devem ser levados em consideração. Contudo, é possível destacar alguns desses fatores, que podem estar relacionados com a existência de tumores e/ou microcalcificações. As microcalcificações, como discutido anteriormente, podem ser encontradas juntamente com um tumor ou como poucos pequenos pontos isolados na mama, e a quantidade de microcalcificações é um fator determinante no risco de ser um início de um câncer de mama. Já na existência de tumor na mama, são verificados o formato, as bordas e o tamanho desse tumor. A mamografia se tornou uma técnica muito comum para exames da mama por ser eficiente e também devido ao seu custo menor comparado com outras técnicas, por exemplo, ressonância magnética, ultra-sonografia, mamografia digital e outras. Entretanto, nem todas as pacientes são recomendadas para exames mamográficos sendo necessário observar a densidade da mama, a idade e outros fatores.

As imagens mamográficas devem possuir sensibilidade suficiente para capturar detalhes na imagem que compõem a mama, mas sem perder a especificidade. Para tanto, o uso da computação auxilia na análise e na captura de informações necessárias para o diagnóstico. Uma das áreas da computação que auxilia no diagnóstico médico é o processamento de imagens.

As ferramentas de auxílio ao diagnóstico médico visam auxiliar o diagnóstico do médico e nunca substituí-lo. Pesquisas sobre essas ferramentas são estudadas em [Alvarenga et al., 2003, Giannotti et al., 2003, Neto et al., 2002, Pires et al., 2004, Santos, 2002]. Foi desenvolvido neste estudo uma nova ferramenta que auxilia o diagnóstico médico.

Na sessão seguinte será detalhada a ferramenta desenvolvida para o auxílio no diagnóstico do câncer de mama e mostrado os resultados obtidos.

7.4 Sistema de Auxílio ao Diagnóstico do Câncer de Mama

O sistema de auxílio ao diagnóstico do câncer de mama é uma ferramenta para auxiliar o médico nos diagnósticos de câncer de mama. O sistema de auxílio ao diagnóstico desenvolvido faz uso de algumas técnicas de processamento de imagens e da aritmética intervalar, e tem como objetivo identificar microcalcificações e tumores em imagens mamográficas. Ao identificar microcalcificações é realizado uma contagem das mesmas, e ao identificar tumores são calculados seus dois maiores diâmetros.

7.4.1 Detecção de Microcalcificações

Para detectar as microcalcificações nas imagens mamográficas foram utilizados algumas das técnicas de processamento de imagens descritas nos capítulos anteriores. Para classificar os pontos da imagem mamográfica como microcalcificações foi utilizada a técnica por detecção de pontos [Gonzalez and Woods, 1992], sendo que para obter como resultado somente os pontos que possuem a intensidade mais clara foi imposto um limiar. Este limiar determina se o ponto detectado, ou seja, o ponto que possui intensidade diferente de seus vizinhos, será considerado como microcalcificação ou não, dependendo do valor de sua intensidade, se for o caso da intensidade deste ponto ser maior ou igual ao limiar delimitado, este será considerado uma

microcalcificação.

Após a detecção dos pontos considerados microcalcificações é empregada outra técnica a fim de caracterizar essa microcalcificação agrupando alguns dos pontos que podem ser partes de um tumor e não microcalcificações. Para tal, foram utilizados os operadores de dilatação e erosão da morfologia matemática para imagens.

Para a contagem de microcalcificações foi aplicado a rotulação na imagem resultante após o processamento dos operadores morfológicos, e, cada ponto contado é classificado como uma microcalcificação de acordo com a vizinhança escolhida, sendo que neste caso foi utilizada a vizinhança-de-8.

7.4.1.1 Classificação de Microcalcificações

A classificação das microcalcificações foi feita com base nas intensidades de níveis de cinza de cada pixel da imagem mamográfica. Cada pixel é analisado e classificado como microcalcificação ou não, de acordo com a técnica de detecção de pontos. Essa técnica faz uma varredura em toda a imagem e detecta cada pixel cuja vizinhança difere de sua intensidade luminosa, como mostra a Figura 7.6.



Figura 7.6: Detecção de pontos na imagem mamográfica.

A imagem da Figura 7.6 mostra os possíveis pontos que serão classificados como microcalcificações.

A técnica utilizada no processo de detecção de pontos foi por limiar (ou threshold). O limiar escolhido para detectar os pontos vistos na Figura 7.6 foi igual a 60. O processo ocorre da seguinte forma, é feito a convolução relacionado com cada pixel da imagem por uma máscara (a máscara utilizada foi passa-alta) e comparado com o limiar, caso o resultado da convolução seja maior que o limiar então esse pixel é classificado como um ponto.

Contudo, é possível detectar pontos que não sejam microcalcificações, e sim, partes de um tumor, para isso foi aplicado o operador morfológico de fechamento, onde, elimina os buracos e liga os pontos juntos. O resultado dessa técnica é mostrado na Figura 7.7.



Figura 7.7: Resultado a aplicação do operador de fechamento nos pontos detectados mostrado na Figura 7.6.

Os pontos detectados da Figura 7.6 foram iguais a 25 pontos que seriam possíveis microcalcificações, mas, aplicando o operador morfológico de fechamento diminuímos esse valor para 20 pontos detectados.

Foram testados em várias imagens mamográficas contendo microcalcificações e notado uma vantagem na classificação de microcalcificações

quando se usa o operador morfológico de fechamento, pois, observamos que os pontos detectados pelo método de segmentação e os pontos que diminuíam através da aplicação do operador morfológico de fechamento eram pontos de uma pequena calcificação. A contagem dos pontos considerados microcalcificações foi através da rotulação.

7.4.2 Detecção de Tumores

Na detecção dos tumores é utilizada a segmentação por agrupamentos (ou clustering). A técnica utilizada é através do *K-means*. Porém, a importância em relação ao tamanho do tumor fez com que na implementação fosse utilizada a técnica intervalar para segmentar a imagem mamográfica, uma vez que, na segmentação da imagem será determinado a região tumoral, e o tamanho dessa região lesada é um dos fatores importantes para a aplicação do tipo de tratamento do câncer de mama, desse modo, o *k-means* semi-intervalar foi mais adequado pois, a região do tumor é detectada e uma região supostamente afetada também é detectada.

Após a detecção da região lesada são calculados os dois maiores diâmetros dessa região nos dois extremos da imagem intervalar segmentada, ou seja, na imagem ínfima e na imagem suprema.

7.4.2.1 Classificação da Região Tumoral

Uma suposta região tumoral é classificada com base na intensidade luminosa dessa região. O tumor é visto na mamografia com a intensidade luminosa mais alta, ou seja, as partes mais claras da mamografia.

Para encontrar essa região foi utilizado a técnica de segmentação intervalar por *k-means* semi-intervalar. A escolha dessa técnica é devido ao cálculo da região da mama afetada pelo câncer de mama, ou seja, o tamanho que se encontra o tumor. A região afetada sugere os tratamentos que a paciente deve seguir, isto é, quanto maior a região afetada pelo câncer de mama, mais radical será o tratamento e menor a expectativa de sobrevivência da paciente.

A técnica do *K-means* semi-intervalar busca segmentar a imagem mamográfica em várias partes, e não em regiões, uma vez que, o câncer pode estar mais avançado e possuir mais de uma região afetada. A variação das características dessas partes segmentadas dependem inicialmente da quantidade k de agrupamentos que será definido para a execução do *K-means* semi-intervalar. O grau de nebulosidade dessa técnica permite uma rigorosidade menor na classificação dos pixels da imagem mamográfica para cada agrupamento, e assim, consegue abranger os pixels que são pertencentes a mais de um agrupamento.

A Figura 7.8 mostra a segmentação intervalar por *k-means* semi-intervalar em uma imagem mamográfica com um tumor, onde destaca a região tumoral no seu melhor caso, e também no seu pior caso mostrado como os extremos (ínfimo e supremo) da imagem intervalar segmentada.

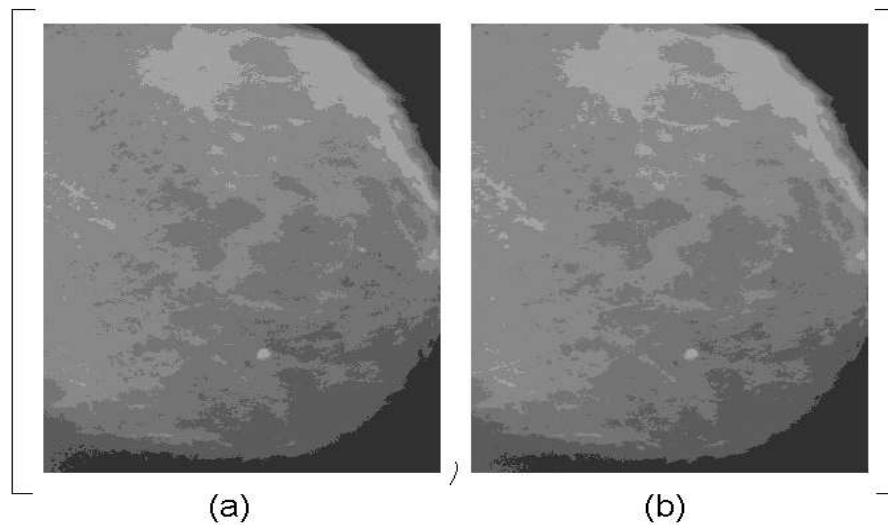


Figura 7.8: Detecção da região tumoral na imagem mamográfica: (a) imagem dos ínfimos, (b) imagem dos supremos.

A utilização do grau de nebulosidade utilizado foi igual a 10%, e a imagem mamográfica foi segmentada em 5 agrupamentos.

7.4.2.2 Medidas da Região Tumoral

Como foi dito anteriormente, a segmentação através do k-means semi-intervalar não segmenta a imagem mamográfica em regiões e sim, em partes. Isso faz com que uma parte pertencente a um agrupamento não esteja conectada, e sendo assim, temos mais de uma região detectada como sendo afetada pelo câncer de mama. Para calcular as medidas de cada região tumoral foi feito uma rotulação, onde, as regiões consideradas foram somente aquelas pertencentes ao maior centróide, ou seja, as regiões de luminosidade mais alta da mamografia.

Feita a rotulação de todas as regiões são calculados o dois maiores diâmetros de cada região (horizontal e vertical).

A Figura 7.8 mostra o resultado dessa aplicação, onde, a região maior da imagem mamográfica segmentada contém as seguintes medidas, segmentação₁ (imagem dos ínfimos), 88 pixels na horizontal e 79 pixels na vertical, e segmentação₂ (imagem dos supremos), 166 pixels na horizontal e 85 pixels na vertical.

O resultado da aplicação desta técnica de segmentação retrata o melhor e o pior caso do estágio da doença encontrado na imagem mamográfica.

Capítulo 8

Considerações Finais

Neste estudo, foram apresentados alguns dos problemas relacionados ao processamento de imagens digitais e alguns conceitos de modo a facilitar o entendimento do mesmo. Com base em pesquisas realizadas, a utilização de conceitos da matemática intervalar pode tratar precisamente desses problemas, minimizando-os ao máximo. Contudo, o uso de conceitos da aritmética intervalar nos métodos de processamento de imagem torna a execução de processos computacionais muito exaustivos, o que torna uma desvantagem para essa abordagem. Entretanto, para aplicações que exijam a utilização de resultados seguros de processamento de imagens, poderia ser vantajoso a utilização desta abordagem, uma vez que os problemas causados por meios computacionais poderiam ser controlados pela aritmética intervalar.

A utilização de imagens intervalares associadas a métodos de segmentação intervalar em processamento de imagens tem como objetivo representar com um controle maior dos resultados obtidos na análise computacional dessas imagens.

A idéia de desenvolver uma metodologia para segmentação intervalar consiste em enriquecer a área de processamento de imagens intervalares.

O desenvolvimento deste trabalho foi um passo inicial para o desenvolvimento de várias outras técnicas de segmentação intervalar.

Introduzimos na segmentação de imagens digitais a idéia inter-

valar, o que contribui para uma metodologia adicional e/ou alternativa para o processamento de imagens digitais.

Algumas contribuições:

- Contribuição teórica: uma introdução da segmentação intervalar;
- Contribuição prática: uma nova metodologia para resolver processos de segmentação de imagens digitais.

8.1 Perpectivas Futuras

Como mencionado, este estudo introduziu alguns métodos de segmentação intervalar. Esses métodos foram estendidos do método de agrupamento, o *K-means*. Como perpectivas futuras, a idéia é estender para outros métodos de segmentação, inclusive aplicando a outros campos, tais como, a lógica fuzzy, como lógica fuzzy intervalar aplicado a métodos de segmentação, por exemplo, o *C-means*, ou redes neurais, como redes neurais intervalares aplicado a segmentação.

Referências Bibliográficas

- [Abreu and Koifman, 2002] Abreu, E. and Koifman, S. (2002). Fatores prognósticos no câncer de mama feminina. *Revista Brasileira de Cancerologia*, 48(1):113–131.
- [Acióly, 1991] Acióly, B. M. (1991). *Fundamentação Computacional da Matemática Intervalar*. PhD thesis, Universidade Federal do Rio Grande do Sul.
- [Alvarenga et al., 2003] Alvarenga, A. V., Infantsi, A. F. C., Azevedo, C. M., and Pereira, W. C. A. (2003). Aplicação de operadores morfológicos na segmentação e determinação do contorno de tumores de mama em imagens por ultra-som. *Revista Brasileira de Engenharia Biomédica*, 19(2):91–101.
- [Azevedo and Conci, 2003] Azevedo, E. and Conci, A. (2003). *Computação Gráfica - Teoria e Prática*. Elsevier Ltda, Rio de Janeiro.
- [Banon and Barrera, 1998] Banon, G. J. F. and Barrera, J. (1998). *Bases da Morfologia Matemática para Análise de Imagens Binárias*. INPE, São José dos Campos.
- [Bedregal and Acióly, 1997] Bedregal, B. R. C. and Acióly, B. M. (1997). A quasi-metric topology compatible with inclusion monotonicity on interval space. *International Journal Reliable Computing*, 3:305–310.
- [Bedregal and Takahashi, 2004] Bedregal, B. R. C. and Takahashi, A. (2004). Interval t-norm as interval representations of t-norms. *enviado para Fuzzy IEEE - 2005*.

- [Braga et al., 1998] Braga, A. P., Carvalho, A. P. L. F., and Ludermir, T. B. (1998). *Fundamentos de Redes Neurais Artificiais*. Imprinta Gráfica e Editora Ltda, Rio de Janeiro.
- [Carvalho et al., 1999] Carvalho, B. M., Gau, C. J., Herman, G. T., and Kong, T. Y. (1999). Algorithms for fuzzy segmentation. *Pattern Analysis Applications*, 2:73–81.
- [Carvalho, 2001] Carvalho, L. A. V. (2001). *Datamining: A Mineração de Dados no Marketing, Medicina, Economia, Engenharia, e Administração*. Érica, São Paulo.
- [CEFETSP, 2005] CEFETSP (2005). Cones e bastonetes. <http://www.cefetsp.br/edu/hdtv/conesbastonetes.htm> (10/02).
- [Chang and Li, 1994] Chang, W. and Li, X. (1994). Adaptive image region-growing. *IEEE Transactions on Image Processing*, 3:868–872.
- [Costa, 1999] Costa, J. A. F. (1999). *Classificação Automática e Análise de Dados por Redes Neurais Auto-Organizáveis*. PhD thesis, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.
- [FEBRASGO, 2001] FEBRASGO (2001). Alterações mamográficas relacionadas à terapia de reposição hormonal. *Revista Brasileira de Ginecologia e Obstetrícia*, 29.
- [Figueira et al., 2003] Figueira, R. N. M., Santos, A. I., Camargo, M. E., and Koch, H. A. (2003). Fatores que influenciam o padrão radiológico de densidade das mamas. *Radiologia Brasileira*, 36(5):287–291.
- [Fu and Mui, 1980] Fu, K. S. and Mui, J. K. (1980). A survey on image segmentation. *Pattern Recognition*, 13:3–16.
- [Giannotti et al., 2003] Giannotti, I. A., Filho, O. G., Scalzeretto, A. P., Visentainer, M., and Elias, S. (2003). Correlação entre diagnóstico por

- imagem e histologia de lesões não palpáveis de mama. *Revista Brasileira de Cancerologia*, 49(1):87–90.
- [Gonzalez and Woods, 1992] Gonzalez, R. C. and Woods, R. E. (1992). *Digital Image Processing*. Addison-Wesley Publishing Company, INC, Massachusetts.
- [Hayes, 2003] Hayes, B. (2003). A lucid interval. *American Scientist*, 91:484–488.
- [HO, 2004] HO (2004). Hospital dos olhos - o olho humano. <http://www.oftalmo.com.br/olho.htm> (01/12).
- [Hosseini and Safabakhsh, 2000] Hosseini, H. S. and Safabakhsh, R. (2000). Tason: The time adaptive self-organizing map. *The International Conference on Information Technology: Coding and Computing*, pages 422–427.
- [INCa, 2005] INCa (2005). Inca - instituto nacional do câncer - estimativas 2005. <http://www.inca.gov.br/estimativa/2005/> (16/01).
- [INFOMED, 2005] INFOMED (2005). Projeto internet e saúde. <http://www.infomedgrp8.famerp.br/default.asp?id=3mnu=3> (15/01).
- [Jain, 1989] Jain, A. K. (1989). *Fundamentals of Digital Image Processing*. Prentice-Hall, New Jersey.
- [Joly, 1996] Joly, M. (1996). *Introdução à Análise da Imagem*. Papirus, São Paulo.
- [Kanungo et al., 2000] Kanungo, T., Mount, D. M., Netanyahu, N. S., and Piatko, C. (2000). The analysis of a simple k-means clustering algorithm. *Processing of the Sixteenth Annual Symposium on Computational Geometry*, pages 100–109.
- [Kohonen, 1997] Kohonen, T. (1997). *Self-Organizing Maps*. Springer-Verlag, Berlin.

- [Kreinovich et al., 1998] Kreinovich, V., Rohn, A. L. J., and Kahl, P. (1998). *Computational Complexity and Feability of Data Processing and Interval Computations*. Kluwer Academic Publishers, Canadá.
- [Kropatsch et al., 1996] Kropatsch, W., Klette, R., Solina, F., and Albrecht, R. (1996). *Theoretical Foundations of Computer Vision*. Springer-Verlag Wien, New York.
- [Kulisch, 1982] Kulisch, U. W. (1982). Computer arithmetic and programming languages. *ACM*, 13:176–182.
- [Kulisch and Miranker, 1981] Kulisch, U. W. and Miranker, W. L. (1981). *Computer Arithmetic Theory and Practice*. Academic Press.
- [Louveira et al., 2004] Louveira, M. H., Kemp, C., Ramos, M. M., Freitas, A., Castro, I. M., and Szejnfeld, J. (2004). Densidade mamográfica assimétrica: como investigar? *Radiologia Brasileira*, 37:239–244.
- [Lyra, 2003] Lyra, A. (2003). *Uma Fundamentação Matemática para o Processamento de Imagens Digitais Intervalares*. Thesis(Ph.D.), Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal.
- [Martins, 2001] Martins, A. M. (2001). Sistema inteligente para classificação e contagem de células utilizando redes neurais e morfologia matemática. Master's thesis, Universidade Federal do Rio Grande do Norte.
- [Medeiros et al., 2003] Medeiros, R. B., Alves, F. F. R., Filha, E. M. R., Fingergerman, F., Pandovan, A. H., Elias, S., Stanzani, D., and Kemp, C. (2003). Influência do brilho do negatoscópio na detectabilidade clínica de fibras e microcalcificações em imagens mamográficas. *Radiologia Brasileira*, 36(1):21–25.
- [Middleton and Damper, 1995] Middleton, I. and Damper, R. I. (1995). Segmentation of magnetic resonance images of the thorax by back-propagation. *Proceedings of International Conference on Neural Networks*, 5:2490–2494.

- [Montenegro and Franco, 1992] Montenegro, M. R. and Franco, M. (1992). *Patologia Processos Gerais*. Atheneu, São Paulo.
- [Moore, 1966] Moore, R. E. (1966). *Interval Analysis*. Prentice Halls, New Jersey.
- [Moreira and Costa, 1996] Moreira, J. and Costa, L. F. (1996). Neural-based color image segmentation and classification using self-organizing maps. *Anais do IX SIBGRAPI*, pages 47–54.
- [MS, 2004] MS (2004). Ministério da saúde - controle do câncer de mama - documento de consenso. *Revista Brasileira de Cancerologia*, 50(2):77–90.
- [Nappe et al., 1992] Nappe, M., Vitalle, A., and Vitulano, S. (1992). Segmentation of image: An expert system. *SICICI - Singapore International Conference on Intelligent Control and Instrumentation*, 2:717–722.
- [Neto et al., 2002] Neto, A. D. D., Barros, A. C. S., and Carvalho, M. A. G. (2002). Sistema auxiliar na análise de mamogramas digitais. *VIII CBIS - Congresso Brasileiro de Informática em Saúde*.
- [Novelline, 1999] Novelline, R. A. (1999). *Fundamentos de Radiologia de Squire*. Artes Médicas Sul Ltda, Porto Alegre.
- [Offen, 1985] Offen, R. J. I. (1985). *VLSI Image Processing*. Collins Professional and Technical Books, Great Britain.
- [Pazuello, 2003] Pazuello, K. (2003). Estudo da variação da densidade mamográfica ao longo de um ciclo menstrual. Master's thesis, Universidade de São Paulo.
- [Pires et al., 2004] Pires, S. R., Medeiros, R. B., and Schiabel, H. (2004). Banco de imagens mamográficas para treinamento na interpretação de imagens digitais. *Radiologia Brasileira*, 37:239–244.

- [PV, 2005] PV (2005). Anatomía del sistema visual humano. <http://www.salleurl.edu/se03855/pvisual/PercepcionVisual/anatomia.htm> (10/02).
- [Quadros, 2003] Quadros, L. G. A. (2003). Classificação bi-rads para laudos de mamografia. *Revista Brasileira de Mastologia*, 13(4):147.
- [Rosenfeld, 1993] Rosenfeld, A. (1993). Image analysis and computer vision. *Computer Vision Graphics and Image Processing*, 59:367–404.
- [Santos, 2001] Santos, J. M. (2001). Em direção a uma representação para equações algébricas: Uma lógica equacional local. Master's thesis, Universidade Federal do Rio Grande do Norte.
- [Santos, 2002] Santos, V. T. (2002). Segmentação de imagens mamográficas para detecção de nódulos em mamas densas. Master's thesis, Universidade de São Paulo.
- [Silva and Sasson, 1998] Silva, C. and Sasson, S. (1998). *Biologia, volume único.*, São Paulo.
- [Silveira, 2002] Silveira, M. M. M. T. (2002). Teoria fuzzy intervalar: Uma proposta de integração da matemática intervalar à teoria fuzzy. Master's thesis, Universidade de Federal do Rio Grande do Norte.
- [Silveira and Bedregal, 2001] Silveira, M. M. M. T. and Bedregal, B. R. C. (2001). A method of inference and defuzzification fuzzy interval. *Proceeding of IASTED - International Conference on Artificial Intelligence and Applications*, pages 242–247.
- [Stefenon et al., 2003] Stefenon, C. C., Carvalho, A. A., Djahjah, M. C. R., and Koch, H. A. (2003). Cicatriz radial/lesão esclerosante complexa: Aspectos radiológicos com correlação clínica, ultra-sonográfica e anatopatológica. *Radiologia Brasileira*, 36(2):95–103.

- [Takahashi and Bedregal, 2004a] Takahashi, A. and Bedregal, B. R. C. (2004a). T-normas intervalares. *III Workshop Técnico - Científico do DIMAp*.
- [Takahashi and Bedregal, 2004b] Takahashi, A. and Bedregal, B. R. C. (2004b). T-normas, t-conormas, complementos e implicações intervalares. *XXVII CNMAC - Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional*.
- [Takahashi et al., 2004] Takahashi, A., Bedregal, B. R. C., and Lyra, A. (2004). Uma versão intervalar do método de segmentação de imagens utilizando o k-means. *XXVII CNMAC - Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional*.
- [Wan and Higgins, 2003] Wan, S. and Higgins, W. E. (2003). Symmetric region growing. *IEEE Transactions on Image Processing*, 12:1007–1015.
- [Yamaguchi and Pereira, 2002] Yamaguchi, K. and Pereira, A. S. (2002). Caracterização de microcalcificações em mamografias para detecção de câncer de mama. *II Workshop de Informática Aplicada à Saúde - CBComp*.
- [Young, 1931] Young, R. C. (1931). *The Algebra of Many-valued Quantities*. Verlag Von Julius Springe, Berlin.
- [Zadeh, 1965] Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy sets.