Estudo da transferência de calor num forno industrial

Camila Nicola Boeri
Depto de Engenharia Mecânica, Universidade de Aveiro
3810-193, Aveiro, Portugal
camilaboeri@hotmail.com

Resumo: *Este trabalho tem como objetivo buscar expressões matemáticas que representem a variação de temperatura em um forno industrial, além de deduzir uma resolução numérica para o referido problema, considerando situações onde a resolução analítica não seja possível. O problema considerado neste trabalho é a transferência de calor em uma coluna de tijolos refratários, que possui um metro de altura por um metro de largura e grande comprimento. A coluna considerada pertence à estrutura de um forno, e durante o funcionamento do mesmo, três de suas superfícies são mantidas a temperatura constante de 500K, enquanto que a superfície restante fica exposta a uma corrente de ar com temperatura de 300 K e coeficiente de película igual a* $10 \cdot W \cdot m^{-2}$. *Os resultados foram obtidos através da resolução analítica e numérica das equações de transferência de calor.*

Palavras-chave: Transfência de calor; fenômenos de transporte; simulação numérica.

Introdução

O estudo dos fenômenos de transporte tem aplicações muito importantes em diversos ramos, principalmente na Engenharia. Esses princípios físicos foram desenvolvidos e formulados por intermédio de observações e especulações acumuladas no passado e tornaram-se conceitos naturais embasando novas descobertas.

A transmissão de calor é um dos fenômenos de transporte mais comum. Ela pode ser definida como o transporte de energia térmica que ocorre devido a uma diferença de temperatura. O processo de transferência é caracterizado pela tendência ao equilíbrio, condição onde não ocorre nenhuma variação.

Basicamente, essa transferência se dá em três modos distintos: por condução, convecção ou radiação. Os mecanismos físicos presentes nos diferentes modos de transferência de calor, permitem quantificar a energia que é transferida por unidade de tempo através das equações das taxas de transferência [INCROPERA].

Neste trabalho a ênfase será na transferência de calor por condução, estudada por Jean Baptiste Joseph Fourier (1768-1830), que a quantificou a partir de dados experimentais. Fourier estabeleceu a lei na qual afirma que "a taxa de transmissão de calor por condução é proporcional ao gradiente de temperatura [ROMA]". O fluxo de calor é a taxa de transferência de calor por unidade de área [SISSON]. A Lei de Fourier implica que o fluxo de calor é uma grandeza direcional. Mais genericamente, a direção do fluxo de calor será sempre normal a uma superfície de temperatura constante, chamada de superfície isotérmica [INCROPERA].

Este trabalho procura buscar expressões matemáticas que representem a variação de temperatura em um forno industrial, além de deduzir uma resolução numérica para o referido problema, considerando situações onde a resolução analítica não seja possível.

Materiais e Métodos

O problema considerado neste trabalho é a transferência de calor em uma coluna de tijolos refratários, que possui um metro de altura por um metro de largura e grande comprimento. A coluna considerada pertence à estrutura de um forno, e durante o funcionamento do mesmo, três de suas superfícies são mantidas a temperatura constante de 500 K, enquanto que a superfície restante fica exposta a uma corrente de ar com temperatura de 300 K e coeficiente de película igual a $10 \cdot W \cdot m^{-2}$.

A determinação da temperatura em cada um dos pontos dessa estrutura pode ser feita levando em consideração a transferência de calor em duas direções, e esta pode ser considerada em período transiente ou estacionário.

O estudo físico do fenômeno tem como base a necessidade de analisarmos duas condições de transferência de calor. A primeira destas condições é a transferência por condução que pode ser aplicada a três das superfícies, e a segunda é a transferência por convecção que é aplicada a quarta superfície.

Pela Lei de Fourier temos que a quantidade de calor transferida por condução, na unidade de tempo, em um material, é igual ao produto das seguintes quantidades:

$$\dot{q} = -k \cdot A \cdot \frac{dT}{dx} \tag{1}$$

A transferência de calor na quarta superfície, onde ocorre a convecção, devido ao contato com o ar, é determinada pela Lei Básica para Convecção calculada

através da relação proposta por Isaac Newton, dada pela equação:

$$\dot{q} = h \cdot A \cdot \Delta T \qquad (2)$$

Os resultados foram obtidos através da resolução analítica e numérica das equações acima descritas.

Resultados e Discussão

A solução analítica aqui apresentada terá como base as equações apresentadas anteriormente (1 e 2) para a transferência de calor por condução e convecção. As condições de contorno são não-homogêneas e a condição inicial é constante.

Considerando a transmissão de calor um sistema unidimensional, a equação, em coordenadas cartesianas, fica:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\dot{q}}{k} = 0 \qquad (3)$$

onde a solução geral é dada por:

$$T(x) = -\frac{\dot{q}}{2k}x^2 + \left(\frac{T_{s,1} - T_{s,2}}{L} + \frac{\dot{q}}{2k}\right) \cdot x + T_{s,2} \qquad (4)$$

Utilizando L = 1m, k = 1W/m.K, h = 10 W/m^2.K e $\dot{q}$ = 191,29 W/m obtém-se a solução analítica (5), cujo comportamento é mostrado pela figura 1:

$$T(x) = -95,645x^2 - 104,355x + 500 \qquad (5)$$

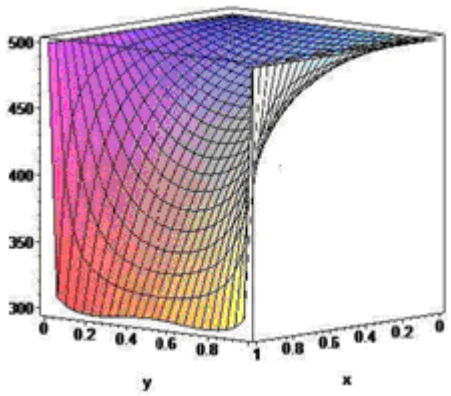

Figura 1: Dinâmica da variação da temperatura no forno

A simulação numérica foi realizada utilizando o método iterativo de Gauss-Seidel, resolvendo o sistema descrito pelas equações abaixo, a fim de se obter a distribuição bidimensional da temperatura.

$$T_{m,n+1} + T_{m,n-1} + T_{m+1,n} - 4T_{m,n} = 0 \qquad (6)$$

$$(T_{m+1,n} + T_{m-1,n} + 2T_{m,n-1}) + \frac{2 \cdot h \cdot \Delta y}{k} T_\infty - 2\left(\frac{h \cdot \Delta y}{k} + 2\right) T_{m,n} = 0 \qquad (7)$$

Após o desenvolvimento de um programa computacional no software Matlab 7.0, os resultados encontrados após a décima quarta iteração, com erro igual a 0,2K, foram usados para construir a malha mostrada pela figura (2):

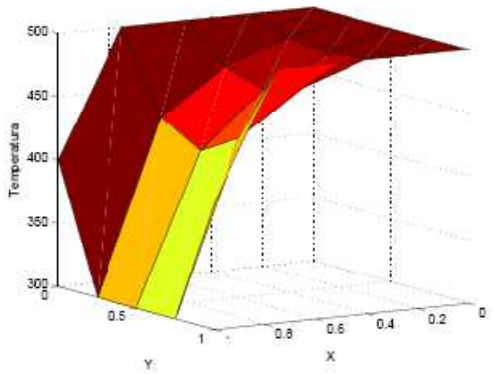

Figura 2: Dinâmica da variação da temperatura no forno

Comparando os resultados da simulação numérica com os da solução analítica obteve-se uma boa concordância quanto aos seus valores. Tendo em vista o comportamento das regiões apresentadas nos gráficos, apesar das temperaturas calculadas satisfazerem às equações de diferenças finitas, não proporcionam o campo de temperatura exato, já que as equações são aproximações cuja exatidão pode ser melhorada pela redução do tamanho da malha da rede, aumentando-se os pontos nodais.

Conclusões

No presente trabalho foi estudado o processo de transferência de calor por difusão em uma coluna de tijolos refratários de um forno industrial, por meio das soluções analítica e numérica. Foi possível comparar as soluções, as quais evidenciaram uma boa concordância em seus dados, cujos comportamentos expressaram grande semelhança. Pode-se concluir que o modelo matemático formado pelas equações mostradas, com as condições de contorno consideradas, descreve satisfatoriamente os processos que ocorrem durante a transferência de calor por condução no problema considerado.

Referências

[1] C.O. Bennett, J.E. Myers, "Fenômenos de Transporte: quantidade de movimento, calor e massa". São Paulo: McGraw-Hill do Brasil, 1978.

[2] F.P. Incropera, D.P. Dewitt, “Fundamentos de Transferência de Calor e de Massa”. 5ed, Rio de Janeiro: LTC, 2003.

[3] W.N.L. Roma, “Fenômenos de Transporte para Engenharia”. São Carlos: RiMa, 2003.

[4] L.E. Sisson, D.R. Pitts, “Fenômenos de Transporte”. Rio de Janeiro: Guanabara S.A., 1988.