Análise do desempenho de aterramentos típicos de linhas de transmissão frente a descargas atmosféricas: utilização da transformada de Fourier e do Método dos Momentos

Rafael S. Alípio[1], Maisa L. F. Oliveira[2], Marco A. O. Schroeder[3], Márcio M. Afonso[3], Tarcísio A. S. Oliveira[3]

[1]Aluno do curso de Mestrado em Modelagem Matemática e Computacional (MMMC/CEFET-MG)

[2]Aluna do curso de Engenharia Elétrica (CEFET-MG)

[3]Professores do Depto de Engenharia Elétrica (CEFET-MG)

30510-000, Belo Horizonte, MG

rafael@dppg.cefetmg.br, maisa.laila@gmail.com, schroeder@des.cefetmg.br, marciomatias@des.cefetmg.br, tarcisio@des.cefetmg.br

Resumo: As descargas atmosféricas constituem a principal causa de desligamentos não programas nas linhas de transmissão. O aterramento elétrico apresenta papel fundamental no desempenho de sistemas elétricos submetidos à incidência de descargas atmosféricas. Nesse sentido, a modelagem do aterramento elétrico é de fundamental importância para estimativa do seu comportamento transitório. Neste trabalho é apresentado um modelo matemático para o aterramento, desenvolvido no domínio da freqüência e solucionado a partir da aplicação do Método dos Momentos. A resposta no domínio do tempo é obtida por meio da transformada inversa de Fourier. O modelo apresentado é implementado computacionalmente e, como exemplo de aplicação, é avaliada a sobretensão resultante da incidência de uma descarga atmosférica em um eletrodo horizontal de aterramento.

Palavras-chave: Aterramentos Elétricos, Transitórios eletromagnéticos, Descargas atmosféricas, Transformada inversa de Fourier, Modelagem matemática e computacional, Método dos Momentos.

Introdução

O tema aterramentos elétricos tem despertado ao longo do tempo o interesse de diversos pesquisadores. Muito provavelmente, tal interesse está relacionado à importância do aterramento para um bom desempenho do sistema aterrado e, principalmente, devido à questão de segurança de seres vivos [9], [10].

No caso do Brasil, devido às características peculiares do solo, que possui valor médio de resistividade elevado (superior a 1.000 Ω.m na maior parte do território), o projeto e construção de malhas de aterramento adequadas à segurança de seres vivos e que garantam um bom desempenho do sistema, constitui-se laboriosa tarefa. Nesse sentido, os sistemas de aterramento apresentam singular importância no que concerne a sua influência no desempenho do sistema aterrado e proteção humana.

Somada às características peculiares do solo brasileiro, deve-se salientar a elevada densidade de incidência de descargas atmosféricas nos sistemas elétricos ou em suas proximidades. Elas são as responsáveis pelas principais solicitações dos aterramentos elétricos e pela maior parcela dos desligamentos não programados das linhas de transmissão. Às descargas atmosféricas está associada uma quantidade enorme de energia, sendo que, quando da incidência de um raio em uma linha de transmissão, por exemplo, a corrente advinda dele deve ser eficientemente escoada para terra através do sistema de aterramento [11]. A eficiência implica não unicamente em rapidez, mas também no mínimo de interferência nos arredores do sistema de aterramento [2]. Tal eficiência pode ser obtida por meio de práticas adequadas de aterramento, o que exige um apurado conhecimento do comportamento eletromagnético transitório do aterramento. A existência de um modelo matemático fisicamente consistente para o sistema de aterramento é um requisito essencial para correta predição desse comportamento transitório.

Neste trabalho é apresentado um modelo matemático, baseado nas equações de Maxwell, para avaliação da resposta transitória de sistemas de aterramentos elétricos. O modelo é desenvolvido no domínio da freqüência, sendo que, a resposta no domínio do tempo é obtida a partir da aplicação da transformada de Fourier inversa. Como exemplo de aplicação é avaliada a sobretensão transitória em um aterramento típico de linha de transmissão, resultante da incidência de uma descarga atmosférica.

Modelo Matemático

O sistema a ser modelado, ilustrado na Figura 1, é constituído por uma malha de aterramento genérica imersa em um solo real de características eletromagnéticas condutividade elétrica σ_s,

permissividade elétrica ε_s e permeabilidade magnética μ_s. Acima do solo e separado por uma interface horizontal está o meio ar com características eletromagnéticas condutividade elétrica σ_a, permissividade elétrica ε_a e permeabilidade magnética μ_a. Considera-se que a condutividade elétrica da malha de aterramento é muito superior à do solo. Ao ser solicitado por uma onda de corrente i(t), uma descarga atmosférica, por exemplo, é de fundamental importância o conhecimento do comportamento transitório do sistema de aterramento. Esse comportamento transitório pode ser previsto de forma confiável por meio da obtenção de um modelo que seja fisicamente consistente. Uma descrição de tal modelo é apresentada a seguir.

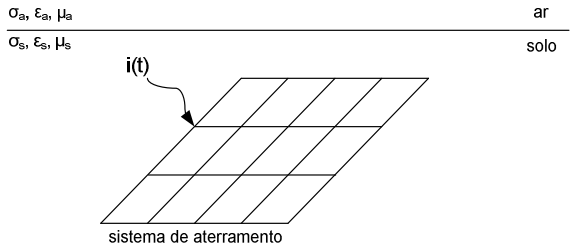

Figura 1: Sistema físico sob estudo.

A. Transformada tempo X freqüência

No modelo desenvolvido o problema transitório é solucionado no domínio da freqüência [7]. Assim, define-se o sinal de corrente i(t), primeiramente no domínio do tempo, a ser injetado no sistema. Este sinal pode ser, por exemplo, uma onda de corrente representativa de uma descarga atmosférica. A partir da aplicação de uma transformada direta de Fourier pode-se levantar o espectro de freqüência do sinal em questão e determinar o conjunto de freqüências de interesse [4]. O modelo é solucionado para cada freqüência do espectro representativo do fenômeno em consideração. A partir da resposta em freqüência, a função de transferência $H(j\omega)$ do sistema é obtida. Deve-se salientar que tal função de transferência é dependente apenas da geometria e características eletromagnéticas do aterramento e do meio em que está inserido. A partir da multiplicação, no domínio da freqüência, da função de transferência pela onda injetada, obtêm-se a resposta do sistema à onda injetada no domínio da freqüência. Finalmente, aplicando-se uma transformada de Fourier inversa é possível determinar a resposta do sistema frente à onda de corrente injetada no domínio do tempo.

Dessa forma, se $i(t)$ representa a onda de corrente injetada no sistema de aterramento e $x(t)$ representa a resposta do sistema a essa onda injetada, então

$$x(t) = F^{-1}\left\{H(j\omega)\cdot F\left[i(t)\right]\right\}, \qquad (1)$$

onde, F e F^{-1} são a transformada direta e inversa de Fourier, respectivamente, ω é a freqüência angular do sinal injetado.

B. Procedimento para cada freqüência

Para fins de aplicação na avaliação do desempenho de sistemas de aterramento, interessa desenvolver uma formulação aplicável a configurações genéricas de eletrodos, que seja eficiente do ponto de vista computacional e consistente com a física do problema. O modelo a ser apresentado é utilizado, principalmente, para o estudo do comportamento eletromagnético de sistemas de aterramento constituídos de condutores cilíndricos, que corresponde às aplicações práticas de interesse. Tendo em vista tais considerações, é apresentada uma forma compacta de representação do aterramento, baseada em simplificações consistentes, que mantenham as informações físicas essenciais do fenômeno investigado. Nesta abordagem, o comportamento global do aterramento é obtido a partir da superposição dos efeitos transversais e longitudinais para uma geometria cilíndrica correspondente aos eletrodos.

Cada eletrodo é considerado fonte de uma densidade de corrente transversal I_T / L que dispersa do condutor em direção ao solo e de uma corrente longitudinal I_L que circula ao longo do eletrodo, conforme ilustra a Figura 2 [6]. Assume-se que ambas as fontes possuem variações harmônicas no tempo. Essa duas fontes de corrente são necessárias e suficientes para que o sistema sob estudo atenda as condições físicas impostas por todas as equações de Maxwell [7]. A fonte de corrente transversal, devido ao fato de possuir natureza divergente, apresenta efeito elétrico, mas não magnético. A cada fonte de corrente transversal está associado um campo elétrico de natureza conservativa. Este campo gera elevação de potencial em relação ao infinito em pontos genéricos no meio em que o eletrodo se encontra inserido, inclusive nos demais eletrodos. Por outro lado, a fonte de corrente longitudinal, devido ao fato de possuir natureza solenoidal, apresenta efeito eletromagnético. A cada fonte de corrente longitudinal está associado um campo magnético, que por sua vez, gera um campo elétrico de natureza não-conservativa. O efeito deste campo elétrico de natureza solenoidal se traduz na força eletromotriz induzida em outros eletrodos. Pode-se afirmar, portanto, que as duas fontes de corrente descritas são particularmente adequadas para a formulação e solução dos campos eletromagnéticos oriundos de sistemas de eletrodos energizados.

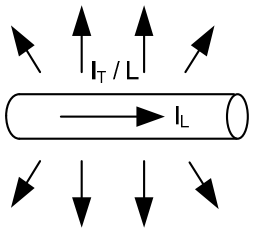

Figura 2: Fontes de corrente em cada eletrodo.

Seja um meio linear, homogêneo e isotrópico, caracterizado por uma constante de propagação γ, para grandezas com variação harmônica no tempo de freqüência angular ω, sendo [7]

$$\gamma = \sqrt{j\omega\mu\left(\sigma + j\omega\varepsilon\right)} = \alpha + j\beta \qquad (1)$$

onde μ, σ e ε são a permeabilidade magnética, a condutividade elétrica e a permissividade elétrica do meio, respectivamente, e α e β correspondem a constante de atenuação e a constante de defasamento, respectivamente [7].

Sejam dois eletrodos inseridos neste meio, um eletrodo emissor de campo (j) e outro eletrodo receptor de campo (i), conforme ilustra a Figura 3. Levando-se em conta os efeitos de ambas as fontes de corrente descritas, a elevação de potencial e queda de tensão no eletrodo receptor (i) devido ao eletrodo emissor (j), são, respectivamente [5], [6]:

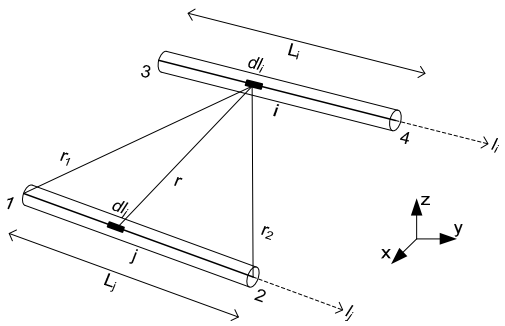

Figura 3: Eletrodo emissor (j) e eletrodo receptor (i).

$$V_{ij} = \frac{1}{4\pi\left(\sigma + j\omega\varepsilon\right)L_j L_i}\int_{L_i}\int_{L_j} I_{Tj}\frac{e^{-\gamma r}}{r}dl_j dl_i, \qquad (2)$$

$$\Delta V_{ij} = -j\omega\frac{\mu}{4\pi}\int_{L_i}\int_{L_j} I_{Lj}\frac{e^{-\gamma r}}{r}d\vec{l}_j \cdot d\vec{l}_i\,. \qquad (3)$$

As equações integrais (2) e (3) definem o modelo matemático. A partir da determinação das distribuições de corrente I_{Tj} e I_{Lj} as demais grandezas de interesse podem ser calculadas. Definido o modelo matemático deve-se proceder a solução do mesmo por meio da aplicação de uma técnica adequada. A escolha desta técnica é crítica para o desenvolvimento do modelo, posto que ela deve manter um compromisso entre precisão, complexidade do código computacional resultante e tempo de processamento.

C. Solução do modelo

Conforme destacado na subseção anterior a partir da determinação das distribuições de corrente I_{Tj} e I_{Lj} outras grandezas de interesse podem ser calculadas. Portanto, o problema consiste em solucionar as equações integrais (2) e (3). Um método adequado para obtenção da solução de tais equações é o método dos momentos. A aplicação do método dos momentos permite a redução de uma equação integral a um sistema de equações lineares cuja solução pode ser obtida por meio de algoritmos numéricos de inversão de matrizes [3].

O procedimento inicial consiste em discretizar o sistema sob estudo, constituído de eletrodos cilíndricos, em N elementos uniformes cada um de comprimento $\ell = \frac{L}{N}$. A razão entre o comprimento e o raio de cada elemento é muito maior que a unidade, o que permite a aproximação por correntes filamentares. Além disso, o comprimento é suficientemente pequeno de forma que a corrente total que dispersa, assim como a corrente longitudinal, são consideradas constantes ao longo de um elemento. No entanto, evidentemente, podem variar de um elemento para outro. Assim, as distribuições de corrente transversal e longitudinal desconhecidas ao longo do eletrodo são representadas como uma combinação linear de funções base, no caso funções do tipo pulso [3]. A Figura 4 ilustra a distribuição de corrente ao longo do eletrodo de aterramento, levando-se em consideração as distribuições de corrente propostas.

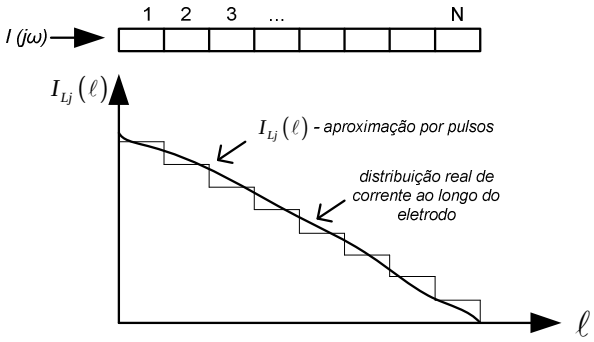

Figura 4: Distribuição de corrente ao longo do eletrodo.

A partir das considerações acima e da aplicação das equações (2) e (3) aos N elementos que compõe o eletrodo de aterramento, obtêm-se dois sistemas matriciais:

$$V = Z_T I_T , \qquad (4)$$

onde V corresponde ao vetor elevação de potencial médio em relação ao infinito em cada elemento, I_T ao vetor de corrente transversal em cada elemento e Z_T é definida como matriz de impedância transversal.

$$\Delta V = Z_L I_L , \qquad (5)$$

onde ΔV corresponde ao vetor de quedas de tensão em cada elemento, I_L ao vetor de corrente longitudinal em cada elemento e Z_L é definida como matriz de impedância longitudinal.

Os termos z_{Tij} correspondem à impedância transversal entre dois elementos, sendo um deles determinado elemento emissor de corrente (j) e outro receptor (i). Este conceito está associado a uma impedância de circuito aberto, também conhecido como impedância generalizada [3]. A impedância z_{Tij} é igual ao potencial médio no elemento receptor devido à fonte de corrente transversal no elemento emissor divido pela corrente transversal deste último. Ela representa a interação eletromagnética entre os diversos elementos e traduz fisicamente o acoplamento elétrico (capacitivo e condutivo) próprio e mútuo entre os segmentos. O valor de z_{Tij} depende apenas da geometria do aterramento e das características eletromagnéticas do meio.

Os termos z_{Lij} correspondem à impedância longitudinal entre dois elementos, sendo um deles determinado elemento emissor de corrente (j) e outro receptor (i). A impedância z_{Lij} é igual à queda de tensão induzida no elemento receptor devido à fonte de corrente longitudinal no elemento emissor divido pela corrente longitudinal deste último. Ela representa a interação eletromagnética entre os diversos elementos e traduz fisicamente o acoplamento magnético (indutivo) próprio e mútuo entre os segmentos. O valor de z_{Lij} depende apenas da geometria do aterramento e das características eletromagnéticas do meio.

O estabelecimento das relações entre as tensões e correntes nodais do sistema sob estudo permite reduzir as equações (4) e (5) a uma única equação matricial que assume a forma [6]

$$Ax=b$$

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1p} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{p1} & a_{p2} & \dots & a_{pp} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_{N1} \\ V_{N2} \\ \vdots \\ V_{Np} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \qquad (6)$$

onde:

- A é a matriz resultante das relações entre correntes e tensões nos nós, de dimensão p X p, em que p é o número de nós do sistema. Em termos mais gerais, essa matriz representa uma composição das matrizes originais Z_T e Z_L, o que significa que seus termos dependem apenas da geometria do aterramento e das características eletromagnéticas do meio.
- x é o vetor dos potenciais nodais V_N, de dimensão p X 1.
- b é o vetor correspondente à injeção de correntes externas, de dimensão p X 1. Este vetor é resultado da aplicação da lei de Kirchhoff das correntes para cada nó do sistema. Ele possui o valor 1 nos nós em que há injeção de corrente externa e 0 nos demais nós. No caso da equação (6) considera-se injeção de corrente apenas em um nó.

A partir da solução da equação matricial (6) e obtenção do vetor x, as distribuições de corrente transversal e longitudinal podem ser obtidas e, de posse destas últimas, grandezas de interesse, como a impedância de aterramento, podem ser calculadas.

D. Aspectos adicionais

Os procedimentos de cálculo descritos nas seções anteriores são válidos para um meio infinito. Contudo, no caso de sistema de aterramentos, os eletrodos estão inseridos em um meio que pode ser considerado como semi-infinito e não infinito. A inclusão do efeito da interface solo-ar é realizada mediante a inclusão de "imagens" correspondentes a cada fonte de corrente. Assim são somadas as parcelas associadas à imagem de cada elemento emissor, multiplicada por um fator que depende das características eletromagnéticas do meio. Este método é conhecido na literatura como método das imagens modificado e pode ser aplicado para avaliação do efeito da interface solo-ar na propagação dos campos eletromagnéticos associados [8].

O cálculo das impedâncias transversal e longitudinal implica na solução das integrais duplas oriundas das equações (2) e (3). Tais integrais não possuem solução analítica e são avaliadas numericamente. Uma extensa pesquisa para

determinação da técnica numérica mais adequada foi realizada, sendo o método de Gauss-Legendre escolhido [1]. Esse método além de possuir uma boa precisão para um número reduzido de iterações, em relação a outras técnicas tradicionais, é de fácil implementação computacional [1].

Aplicação no cálculo da sobretensão resultante da incidência de uma descarga atmosférica

Nesta seção é simulado um cabo contrapeso considerando a injeção de corrente em sua extremidade, conforme ilustra a Figura 5. O eletrodo possui comprimento de 15 m, com raio igual a 12 mm e está enterrado a 0,6 m da superfície do solo. Este possui resistividade elétrica de 70 Ω.m e permissividade elétrica relativa igual a 15. A onda de corrente injetada é ilustra na Figura 6 e corresponde a uma onda de corrente tipicamente utilizada na representação de surtos atmosféricos. A partir da injeção desta corrente são avaliadas as sobretensões resultantes em três pontos distintos do cabo contrapeso; ponto de injeção e a 3,5 m e 7 m do mesmo.

Os resultados obtidos a partir da simulação do caso descrito estão ilustrados no gráfico da Figura 7. De acordo com ela, os maiores níveis de sobretensão são observados nos pontos mais próximos do ponto de injeção, o que era esperado. Outro aspecto interessante ilustrado no gráfico são os aspectos de propagação do surto ao longo do eletrodo de aterramento. Esses aspectos podem ser observados nos pontos 3,5 m e 7 m, em que a sobretensão só é observada após alguns décimos μs, o que correspondente ao tempo de propagação do surto até os respectivos pontos analisados. Ainda de acordo com o gráfico da Figura 7 observa-se que após um tempo o potencial elétrico nos pontos observados tende a se estabilizar em um determinado valor e apresentam um comportamento similar àquele de fenômenos de baixa freqüência. A obtenção dos valores máximos de sobretensão desenvolvidos no sistema de aterramento quando da incidência de uma descarga atmosférica, é de fundamental importância para a proteção de equipamentos e seres vivos.

Conclusões

Neste trabalho é apresentada uma modelagem de sistemas de aterramentos elétricos de configurações genéricas. O modelo matemático é solucionado a partir da aplicação do Método dos Momentos e inclui os acoplamentos eletromagnéticos entre os diversos elementos do aterramento. O modelo é desenvolvido no domínio da freqüência, sendo que a resposta no domínio do tempo pode ser facilmente obtida por meio da aplicação da transformada de Fourier inversa. O modelo foi implementado computacionalmente e foram apresentados alguns resultados no domínio do tempo concernentes ao cálculo da sobretensão transitória no eletrodo de aterramento. Os resultados gerados são de fundamental importância no dimensionamento da malha de aterramento para proteção do sistema contra a incidência de descargas atmosféricas. Devido à generalidade da modelagem apresentada, a ferramenta desenvolvida possui importante aplicação na investigação de técnicas de proteção contra surtos atmosféricos.

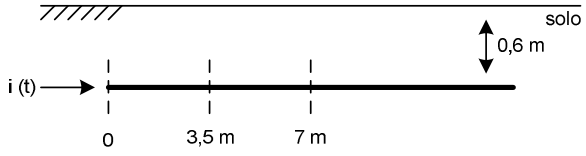

Figura 5: Eletrodo horizontal com 15 m de comprimento.

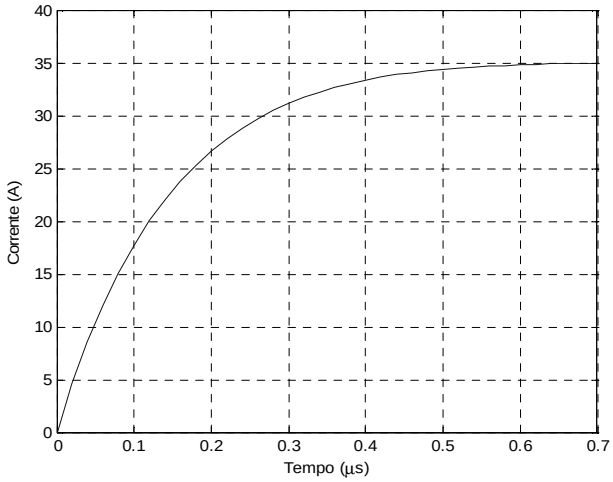

Figura 6: Corrente injetada no eletrodo horizontal.

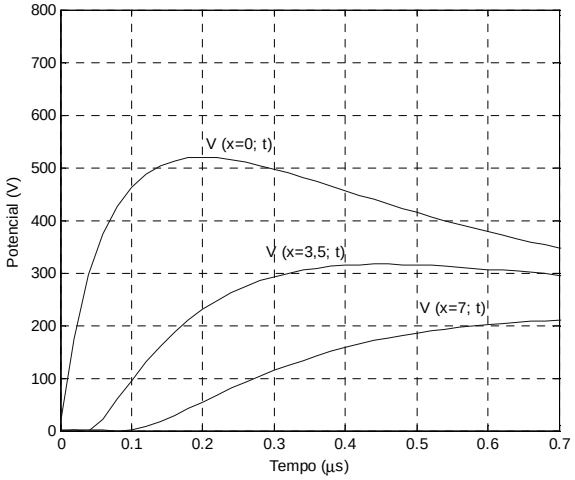

Figura 7: Sobretensões transitórias calculadas em três pontos distintos.

Agradecimentos

Os autores gostariam de agradecer ao CEFET-MG por toda a estrutura oferecida e à FAPEMIG (Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais) pelo apoio financeiro.

Referências

[1] F. F. Campos Filho, Algoritmos Numéricos, 2 ed., LTC, 2007.

[2] L. Grcev, V. Arnautovski-Toseva, "Grounding systems modeling for high frequencies and transients: some fundamental considerations", *Proceedings of the IEEE Bologna PowerTech Conference*, Bologna, Itália, junho de 2003.

[3] R. F. Harrington, Field computation by moment methods, IEEE Press, New York, 1993.

[4] A. V. Oppenheim, Signals and systems, 5 ed., Prentice Hall, 1996.

[5] C.M. Portela, "Frequency and transient behavior of grounding systems; I Physical and methodological aspects", *Proceedings of the IEEE International symposium on electromagnetic compatibility*, pp. 379-384, Austin, United States of America, 1997.

[6] A. Soares Junior, S. Visacro Filho, "HEM: A model for simulation of lightning-related engineering problems", *IEEE Transactions on power delivery*, vol. 20, nº 2, pp. 1206-1208, abril de 2005.

[7] J. A. Stratton, Electromagnetic theory, McGraw-Hill, New York, 1941.

[8] T. Takashima, T. Nakae, R. Ishibashi, "Calculation of complex fields in conducting media", *IEEE Transactions on electrical insulation*, vol. EI-15, nº 1, pp. 1-7, fevereiro de 1980.

[9] M. Telló et all, *Aterramento elétrico impulsivo em baixa e alta freqüências*, ediPUCRS, Porto Alegre, 2007.

[10] S. Visacro Filho, *Aterramentos elétricos*, Artliber, São Paulo, 2002.

[11] S. Visacro, "A comprehensive approach to the grounding response to lightning currents", *IEEE Transactions on power delivery*, vol. 22, nº 1, pp. 381-386, janeiro de 2007.