Algoritmo genético modificado para minimização de funções

Joelan A. L. Santos
Depto de Energia Nuclear, DEN, UFPE - Centro Regional de Ciências Nucleares,CNEN/ CRCN-NE,
50740-540, Recife, PE
jasantos@cnen.gov.br

Márcio M. da Silva, José de A. da S. Júnior, André C. A. Firmo
Depto de Estatística e Informática, DEInfo, UFRPE,
52171-900, Recife, PE
smarciom@gmail.com, arimateiajr@gmail.com, caetanofirmo@gmail.com

Tiago A. E. Ferreira
Depto de Estatística e Informática, DEInfo, UFRPE,
52171-900, Recife, PE
taef.first@gmail.com

Resumo:

Os Algoritmos Genéticos (AG) apresentam-se como uma alternativa viável para a abordagem de problemas de otimização e/ou busca de alta complexidade matemática. O custo computacional dos AGs são dominados pela execução da função de fitness e dos operadores genéticos. Neste trabalho foram analisados formulações alternativas para operadores a fim de otimizar o processo de convergência dos AGs e conseqüentemente a diminuição do custo computacional. Para a verificação do desempenho dos operadores genéticos propostos em relação aos operadores clássicos, foi abordado o problema de determinação de mínimo global de funções não lineares, utilizando-se de benckmarks conhecidos e comumente aplicados a teste de Algoritmos Evolutivos (AE), como a função de Ackley e outras funções. A análise de convergência e custo em tempo da execução dos experimentos para a determinação dos pontos de mínimos globais das funções multimodais demonstram um superior desempenho do AG proposto em relação ao AG Clássico.

Palavras-chave: Algoritmos genéticos, convergência algorítmica, minimização.

Introdução

Na natureza é possível observar que os indivíduos de uma mesma população competem entre sí, buscando recursos como alimento ou objetivando a sua reprodução em um dado ambiente. Os indivíduos mais aptos desta competição terão um maior número de descendentes, ao contrário dos indivíduos menos aptos. Este princípio conhecido como seleção natural foi inicialmente apresentado por Darwin, e define que o ambiente é capaz de selecionar os seres mais aptos, fazendo com que as suas informações genéticas sejam transmitidas de geração a geração tornando os indivíduos das gerações seguintes tão ou melhores adaptados que os primeiros.

Em 1975, J. Holland [1] sugeriu uma aplicação deste princípio na busca de soluções ótimas para problemas complexos, os Algoritmos genéticos (AGs), um ramo dos algoritmos evolucionários definidos como uma técnica de busca baseada na metáfora do processo biológico fundamentado na evolução contínua de uma população [2] através da seleção natural. Os AGs são métodos de otimização e busca amplamente difundida por Goldberg [3], cujo objetivo inicial principal era formalizar matematicamente os processos de adaptação em sistemas naturais e desenvolver através simulação computacional, sistemas naturais tais como sobrevivência e a reprodução das populações em seu processo evolutivo.

Os AGs empregam uma estratégia de busca paralela e estruturada, que de forma aleatória, busca pontos de alta aptidão, ou seja, pontos nos quais a função a ser maximizada ou minimizada apresente valores relativamente altos ou baixos. Para tanto, essa técnica consiste em gerar uma população de indivíduos (cromossomos) representando as soluções candidatas

para um dado problema, que evolui (gerações) através de um processo de competição, onde os mais aptos têm maiores chances de sobreviver e reproduzir. Esta reprodução está baseada em um processo de seleção de indivíduos e modificações das soluções candidatas que eles representam, utilizando para isso operadores genéticos tais como o cruzamento e mutação. Este processo repete-se até que algum critério de parada seja atingido.

Um dos problemas relacionados ao desenvolvimento e implementação de um AG é o custo computacional, que implica na convergência do algoritmo na busca para a solução do problema. Umas das possibilidades de minimizar este problema é a modificação dos operadores genéticos como o de cruzamento (*crossover*). Assim, este trabalho se propõe apresentar um AG modificado e específico para analisar a convergência e o custo de execução para determinação dos pontos de mínimos globais em funções multimodais.

Metodologia:

Para a verificação do desempenho dos operadores genéticos propostos em relação aos operadores clássicos [4], foi abordado o problema de determinação de mínimo global de funções não lineares, utilizando-se de *benchmarks* conhecidos e comumente aplicados à testes dos AE, como a função de Ackley e outras funções [5,6].

Representação das soluções (indivíduos):

A escolha do número de indivíduos implica na qualidade da solução e no tempo convergência para uma solução ótima ou sub-ótima. Isso se deve ao fato que as características das soluções candidatas que pertencem a solução inicial, são transferidas aos seus descendentes nas próximas gerações.

$$P=[P_1, P_2, \ldots, P_{tam-pop}] \qquad (1)$$

$$p_i=[p_{i1}, p_{i2} \cdots p_{ij} \cdots p_{in^\circ-var}] \qquad (2)$$

i = 1, 2, ..., tam_pop;

j = 1, 2, ..., n°-var

$$para^j_{min} \leq p_{ij} \leq para^j_{max} \qquad (3)$$

onde P é o conjunto de indivíduos ou soluções candidatas; o conjunto P_i são os cromossomos contidos no conjunto P, e finalmente p_i, são variáveis (genes) distribuídas entre os valores máximos e mínimos de parâmetros da função.

Função *Fitness*:

Para determinar a qualidade de um indivíduo da população, deve ser proposta uma função de avaliação, ou como comumente é conhecida uma função *fitness*. Este operador que permite através de uma função de avaliação, determinar o quão próximo um indivíduo está da solução desejada ou ainda, quão boa é esta solução. Assim, o valor atribuído a cada individuo da população foi a função descrita abaixo:

$$fitness = \frac{1}{1+f_i(x)} \qquad (4)$$

onde $f_i(x)$ é a função de *benchmark* utilizada na simulação.

Seleção:

Este procedimento permite comparar e selecionar dentro da população estabelecida as possíveis soluções que participarão da formação na nova geração. O processo de seleção tem como objetivo principal selecionar os melhores indivíduos de uma população a fim de obter descendentes melhores adaptados que seus antecessores [7].

Foi utilizado neste trabalho o método do torneio que seleciona aleatoriamente os 5 melhores indivíduos da população e realiza o cruzamento entre os 2 que apresentaram o melhor *fitness*.

Operadores Genéticos utilizados:

Crossover: A recombinação com um ponto de corte na qual são escolhidos dois indivíduos para gerar dois descendentes. O processo é estabelecido com a escolha aleatória de um ponto de recombinação que irá gerar seus descendentes, com uma parcela de cada um dos cromossomos de cada indivíduo separados pelo ponto de recombinação.

O cruzamento entre os indivíduos foi realizado através de uma operação aritmética entre os pais selecionados através do processo de seleção. O valor do gene no cromossomo de cada pai, foi multiplicado por um valor de referência composto de uma constante cujo valor era 0.5 multiplicado por um valor aleatório. Após essa operação, os valores dos novos genes dos cromossomos dos pais são somados e geram o novo indivíduo (filho).

Mutação: A mutação está relacionada diretamente com a taxa de diversidade da população corrente cujo esquema é apresentado abaixo:

$$filho = [p_n \;\; p_{n+1} \;\ldots\; p_{nv}] + [Z_1 \;\; Z_2 \;\ldots\; Z_{nv}] \qquad (5)$$

onde nv é o número da variável e Z_i é uma variável randômica gerada no intervalo [0, 1]. A mutação foi estabelecida com uma probabilidade de 5% sobre a população corrente.

A mutação foi estabelecida selecionando um gen do cromossomo do filho gerado pelo cruzamento e alterando esse gene por um valor aleatório entre a faixa de parâmetros da função objetivo.

Processo de seleção por sobrevivência:

O processo de seleção considerou que sendo o *fitness* do filho maior do que a do menor indivíduo na população, ele é substituído, caso não, ele é descartado.

Condições de parada:

A condição de parada foi definida para parar as iterações quando encontrado o mínimo da função ou quando for atingido o número máximo de interações estabelecido.

Funções de referência testadas

A fim de testar o desempenho do algoritmo genético implementado, foram testadas quatro funções de referência (*benchmark*). Essas funções são apresentadas a seguir:

$$f_1(x) = \sum_{i=1}^{n} x_i^2, \qquad -5.12 \le x_i \le 5.12 \qquad (6)$$

A função acima denominada como Modelo da Esfera é definida para para n = 3 e possui o ponto mínimo da função é $f_1(0, 0, 0) = 0$.

A segunda função *benchmark* avaliada é denominada de Função generalizada de Rastrigin e é expressa como:

$$f_2(x) = \sum_{i=1}^{n} [x_i^2 - 10\cos(2\pi x_i) + 10]$$

$$5.12 \le x_i \le 5.12 \qquad (7)$$

onde n = 3 e o ponto de mínimo da função é obtido para $f_3(0, 0, 0) = 0$.

A terceira função utilizada no algoritmo para avaliação de desempenho é conhecida como função de Ackley, e é definida como:

$$f_3 = -c_1 . \exp(-c_2 \sqrt{\frac{1}{n} . \sum_{i=1}^{n} x_i^2}) - \exp(\frac{1}{n} . \sum_{i=1}^{n} \cos(c_3 . x_i)) + c_1 + 1 \qquad (8)$$

onde $c_1 = 20$, $c_2 = 0.2$, $c_3 = 2$, n = 30 e ponto de mínimo da função dado por $f_3(0, 0, 0) = 0$.

Finalmente, a última função testada é denominada de função generalizada de Schwefel 1.2, é definida para o intervalo [-100; 100] e n = 10, é expressa como:

$$f_4 = \sum_{i=1}^{n} (\sum_{j=1}^{n} x_j)^2 \qquad (9)$$

Resultados:

Os resultados obtidos por simulação computacional apresentaram as seguintes características:

O algoritmo apresentou uma rápida convergência ao valor esperado nas primeiras 30 iterações quando o mesmo foi modificado por esta função, enquanto que quando não implementada esta função, o AG não apresentou convergência (Figura 1).

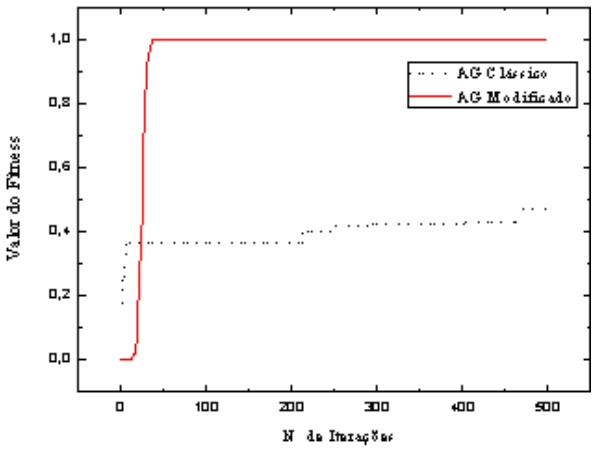

Figura 1:Processo de Convergência do AG Simples e Modificada para Modelo da Esfera.

Utilizando a função de Rastrigin, constatou-se que o AG convergiu para o ponto ótimo nas primeiras 50 iterações (Figura 2).

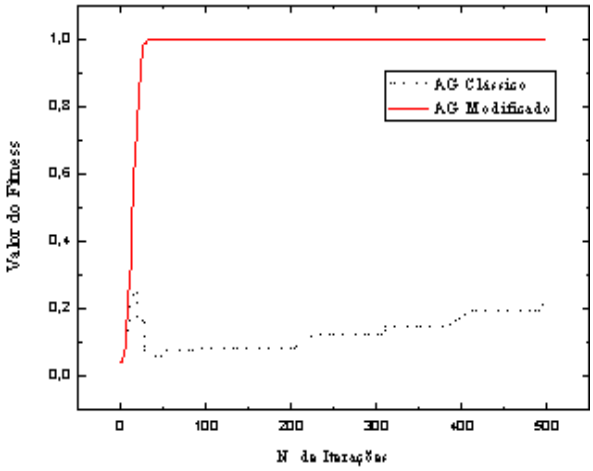

Figura 2: Processo de Convergência do AG Simples e Modificada para Função de Rastrigin.

O mesmo foi observado para a função de Ackley. Definida no AG como f_3, esta apresentou convergência ao ponto ótimo nas 70 primeiras iterações (Figura 3).

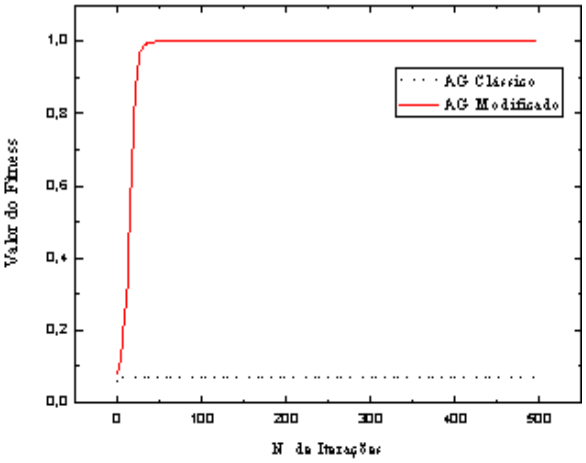

Figura 3: Processo de Convergência do AG Simples e Modificada para Função de Ackley.

Outra função que apresentou uma convergência nas primeiras 50 iterações foi a função de Schwefel 1.2 (Figura 4).

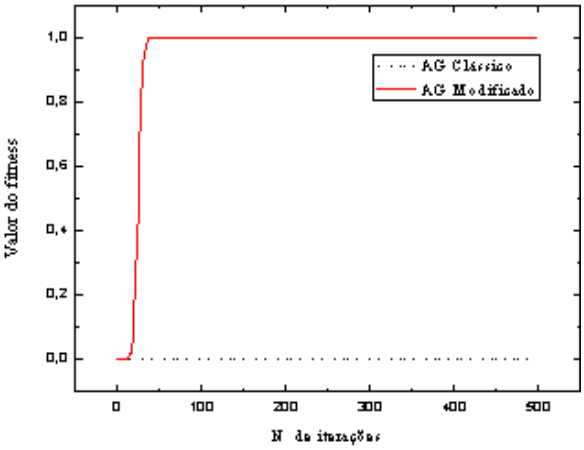

Figura 4: Processo de Convergência do AG Simples e Modificada para Função de Schwefel 1.2.

Conclusão:

A análise de convergência e custo em tempo da execução dos experimentos para a determinação dos pontos de mínimos globais das funções multimodais utilizadas serão apresentados, demonstrando um superior desempenho do AG proposto em relação ao AG Clássico.

Referências:

[1] J.H. HOLLAND, "Adaptation in natural and artificial systems". Massachusetts Institute of Michigan Press. 3rd edition. 1975.

[2] D.E. GOLDBERG, "Genetic algorithms in search, optimization and machine learning". Addison-Wesley. 1989.

[3] R. LINDEN, "Algoritmos genéticos: Uma importante ferramenta da inteligência computacional". Editora Brasport. 2006.

[4] T.M. MITCHELL, Genetic algorithms. Em "Machine learning". WBC McGraw-Hill. 1997.

[5] A.E. EIBEN,; J.E. SMITH, "Introduction to Evolutionary Computer". Springer. 2003.

[6] F.H.F. LEUNG, H.K. LAM, S.H. LING, P.K.S. TAM, Tuning of the structure and parameters of a neural network using an improved genetic algorithm. *IEEE Transactions on Neural Networks*. Vol 14, pp. 79 – 88. 2003.

[7] C.T. MIASAKI, R. ROMERO, Um algoritmo genético especializado aplicado ao planejamento da expansão do sistema de transmissão com alocação de dispositivos de compensação série. *Revista Controle & Automação.* Vol 18, No. 2, 2007.