Correlações cruzadas em mercadorias brasileiras: um estudo econofísico

Erinaldo Leite S. Júnior, Tatijana Stosic, Lucian Bogdan Bejan, Felipe Ricardo S. de Gusmão
Programa de Pós-Graduação em Biometria e Estatística Aplicada, UFRPE,
52.171-900, Recife, PE
juniorbr32@msn.com, tastosic@gmail.com, lucianbb@gmail.com, felipe556@gmail.com.

Resumo: *Utilizamos o método Detrended Cross-Correlation Analysis (DCCA) para avaliar se as mercadorias brasileiras em estudo apresentam correlações entre elas e também verificar se há ou não memória. Apresentamos os expoentes de Hurst para as combinações das séries e verificamos que todas confirmavam um comportamento persistente, ou seja, são positivamente correlacionadas, apresentamos os expoentes das análises bem como os expoentes DFA das mesmas.*

Palavras-chave: Correlação cruzada, DCCA, retornos, Covariância, Mercadorias.

Introdução

Fatores externos e complexidade nos elementos internos sobre as dinâmicas dos mercados financeiros dificultam seu entendimento e podem tornar tais mercados singulares, ou seja, com características próprias que impedem a generalização de idéias. Contudo, algumas propriedades estatísticas apresentam similaridades para mercados diferentes[2,6], reforçando a possibilidade de existir resultados com características universais. Essas propriedades vêm sendo analisadas por métodos desenvolvidos em sistemas físicos[5,6] e isto tem atraído o interesse de profissionais dessa área[6].

Mandelbrot, constatou que a distribuição dos retornos varia com a escolha do Δt, motivado pela estabilidade da forma funcional para diferentes escalas de tempo, propôs que a distribuição dos retornos segue uma distribuição estável de Lévy[3].

Há diversas situações onde sinais diferentes exibem correlações cruzadas. Podobnik[7], propôs um método para calcular a correlação cruzada de séries não estacionárias o *Detrended Cross-Correlation Analysis* (DCCA). Utilizaremos esse método para calcular as correlações cruzadas das mercadorias brasileiras, verificaremos se as correlações presentes nas séries persistem e apresentaremos a tabela dos expoentes de Hurst de todas as combinações.

Metodologia

Para este trabalho utilizaremos 12 séries temporais sobre mercadorias disponíveis no sítio do CEPEA[1] as informações sobre as séries utilizadas estão na **Tabela 1**. Analisaremos o retorno padronizado absoluto obtido por:

$$|g_i(t)| = \left|\frac{\ln X_i(t+\Delta t) - \ln X_i(t)}{\sigma_i}\right|$$

em que $X_i(t)$ é a cotação da mercadoria i no momento t e utilizaremos $\Delta t = 1$, ou seja, a cotação serão diárias. Para calcular a correlação cruzada de longo alcance na presença de não estacionaridade utilizaremos o DCCA.

Considere duas séries temporais com correlação cruzada de longo alcance $\{y_i\}$ e $\{y'_i\}$de tamanho igual a N. Calculamos seus sinais integrados $R_k \equiv \sum_{i=1}^{k} y_i$ e $R'_k \equiv \sum_{i=1}^{k} y'_i$, em que $k = 1,\ldots,N$, dividimos as duas séries em $N-n$ janelas justapostas contendo $n+1$ valores. Para ambas as séries cada janela começando no valor i e terminando no valor $i+n$. Definimos como 'tendência local', $\widetilde{R}_{k,i}$ e $\widetilde{R}'_{k,i}$, para a janela iniciada no valor i, sendo a série integrada para uma reta ajustada por mínimos quadrados.

Daí, definimos como "passeio sem tendência" a diferença entre o passeio original e a tendência local. Em seguida calculamos a covariância do resíduo de cada janela:

$$f^2{}_{DCCA}(n) \equiv \frac{1}{n-1}\left(\sum_{k=i}^{i+n}(R_k - \widetilde{R}_{k,i})(R'_i - \widetilde{R}'_{k,i})\right)$$

Por fim, calculamos a covariância sem tendência calculando a média das covariâncias dos resíduos por:

$$F^2_{DCCA}(n) \equiv \frac{1}{N-n}\left(\sum_{i=1}^{N-n} f^2_{DCCA}(n,i)\right)$$

repetimos o processo para diversos tamanhos de janela e plotamos $Logn$ versus $LogF^2_{DCCA}(n)$ e ajustamos uma reta pelo método de mínimos quadrados e a inclinação do gráfico será o expoente de Hurst para a correlação cruzada das séries.

Se analisarmos apenas um caminho aleatório $(R_k = R'_k)$, a covariância sem tendência $F^2_{DCCA}(n)$ se reduz a variância sem tendência $F^2_{DFA}(n)$ usada no método DFA[7].

O expoente calculado pelo método (DFA) tem relação com a função de autocorrelação. Essa relação se dá pela expressão:

$$\gamma = 2 - 2\alpha$$

sendo γ o expoente de decaimento da nossa autocorrelação.

Mandelbrot[4] introduziu o conceito de movimento Browniano fracionário (passeio aleatório correlacionado) em que os incrementos feitos no passado são correlacionados com os incrementos feitos no futuro, isto é, o sistema possui memória. Se $\alpha_{DFA} > 1/2$ teremos o passado e o futuro são positivamente correlacionados (passeio aleatório em algum instante t_0 tenderá na mesma direção em t > t_0). Incrementos (decrementos) feitos no passado implicam em incrementos (decrementos) no futuro. Para $\alpha_{DFA} > 1/2$ teremos $\gamma < 1$. Esse tipo de comportamento é chamado de persistência[4].

Se $\alpha_{DFA} < 1/2$ os incrementos (decrementos) feitos no passado implicam em decrementos (incrementos) feitos no futuro. Esse tipo de comportamento é chamado de anti-persistência[4]. Para $\alpha_{DFA} < 1/2$ teremos $\gamma > 1$.

Caso $\alpha_{DFA} = 1/2$ então o processo é não correlacionado e os retornos seguem um passeio aleatório clássico, e tendo $\alpha_{DFA} = 1/2$ teremos $\gamma = 1$.

Na física, dizemos que duas variáveis seguem uma lei de potência se seguirem à função:

$$y = ax^k$$

em que teremos a como nossa constante de proporcionalidade e k como nosso expoente constante. Em um gráfico log-log teremos a seguinte anamorfose:

$$\log(y) = \log(a) + k\log(x)$$

em que tal expressão é obtida pelo uso das propriedades logarítmicas e reescrevendo a equação anterior teremos:

$$Y = A + kX$$

tendo $Y = \log(y)$, $A = \log(a)$ e $X = \log(x)$.

em que k será o expoente de Hurst da série analisada.

Na literatura econofísica, temos que a inversa da função de probabilidade acumulada segue uma lei de potência definida por:

$$F(g_i(t)) \sim g_i(t)^{-\alpha}$$

Apresentaremos o expoente da lei de potência da inversa da função de probabilidade acumulada das mercadorias analisadas. Utilizaremos o software R para escrevermos a rotina que calculará a metodologia aqui proposta para calcularmos o expoente da inversa da acumulada. Para efeito de cálculo fixaremos que a região a ser ajustada será o intervalo após 75% e antes de 90% dos dados de cada mercadoria.

Resultados e discussões

O método se mostra muito válido para verificar se há relação entre séries não estacionária. Uma vez quantificada tal relação podemos avaliar se a variação de uma das séries compromete significativamente a importância do estudo das demais.

Apresentamos nas **Tabelas 2** e **3** as covariâncias das combinações das séries estudadas.

Notamos que todas os expoentes encontrados pelo DCCA conservam o comportamento persistente, ou seja, as correlações cruzadas entre essas mercadorias têm memória. É valida a idéia de que as complexidades nos elementos internos dificultam o entendimento de tais séries, pois, tendo tal comportamento implica que a mudança do preço de uma mercadoria afeta o preço das demais, a saber, de forma positivamente correlacionada.

A diagonal principal de nossa tabela apresenta os expoentes da análise da correlação cruzada das séries com elas mesmas, ou seja, a diagonal principal apresenta o expoente DFA das mercadorias brasileiras.

Os expoentes de Hurst para as mercadorias álcool anidro combustível e álcool hidratado combustível são iguais e logicamente a covariância entre eles também é igual.

Na **tabela 4** apresentamos os expoentes de Hurst de cada uma das séries trabalhadas. E através da relação do expoente de Hurst e o expoente de decaimento da função de autocorrelação, apresentamos os expoentes de decaimento. Note que nenhum expoente de Hurst apresentou valor igual a 0,5; isto é, todas as séries possuem memória. Assim obtemos que nenhum decaimento teve expoente igual a 1, o que garante que nenhuma de nossas séries tem decaimento exponencial na sua função de autocorrelação, ou seja, seguem uma lei de potência.

Na **tabela 5** apresentamos o expoente da lei de potência da inversa da função de probabilidade acumulada das mercadorias analisadas. Notamos que está de acordo com a literatura, que resultados de mercados de outros países apresentam expoente próximos de 3. Isso valida ainda mais o método e apresenta a característica de universalidade que independe do mercado em estudo.

Obtemos para a cauda positiva das mercadorias diárias:

$$\alpha_{+} = 2{,}78 \pm 1{,}06$$

e para a cauda negativa:

$$\alpha_{-} = 2{,}21 \pm 1{,}13$$

os valores não se apresentaram muito próximos de 3, por motivo de termos utilizado o ajuste para uma mesma região para todas as mercadorias. Atualmente na literatura utilizamos o estimador de Hill, utilizaremos este método para melhor ajustarmos nossos resultados em nosso trabalho futuro.

Os dados semanais apresentaram um comportamento diferenciado, indicando que as dinâmicas semanais modificam um pouco os resultados finais.

Os métodos econofísicos se mostram uma alternativa válida para estudo de mercados financeiros e servem como mais uma avaliação para riscos de investimento e por ventura contribui na seleção de variáveis para serem introduzidas em algum modelo que necessite de variáveis explicativas para a flutuação de mercado, isto é, ao analisarmos diversos mercados, poderemos aferir quais deles têm maior correlação cruzada e por fim selecionarmos os de maior correlação cruzada para testarmos no modelo.

Tabela 1. Mercadorias analisadas.

Tipo	Mercadoria	Período	Nº Dados
Diário	Açúcar	07/97-04/08	2654
Diário	Algodão	07/97-04/08	2654
Diário	Boi	07/97-04/08	2654
Diário	Café	07/97-04/08	2654
Diário	Soja	07/97-04/08	2654
Semanal	Álcool A C	07/00-04/08	405
Semanal	Álcool H C	07/00-04/08	405
Semanal	Álcool H O	07/00-04/08	405

Sendo Álcool A C = Álcool Anidro Combustível, Álcool HC = Álcool Hidratado Combustível e Álcool H O = Álcool Hidratado Outros Fins.

Tabela 2. Expoente de Hurst para as correlações cruzadas dos dados semanais.

	Álcool A C	Álcool H C	Álcool H O
Álcool A C	0,8105	0,8105	0,7670
Álcool H C	0,8105	0,8105	0,7670
Álcool H O	0,7670	0,7670	0,6600

Tabela 3. Expoente de Hurst para as correlações cruzadas dos dados diários.

	Açúcar	Algodão	Boi	Café	Soja
Açúcar	0,8411	0,8533	0,8350	0,8054	0,8787
Algodão	0,8533	0,8154	0,8648	0,8008	0,8986
Boi	0,8350	0,8648	0,8266	0,8013	0,8697
Café	0,8054	0,8008	0,8013	0,7424	0,8152
Soja	0,8787	0,8986	0,8697	0,8152	0,8351

Tabela 4. Expoentes de Hurst e de decaimento das mercadorias analisadas.

Mercadorias	Expoente de Hurst (DFA)	Expoente de decaimento
Açúcar	0,8411	0,3178
Algodão	0,8154	0,3692
Boi	0,8266	0,3468
Café	0,7424	0,5152
Soja	0,8351	0,3298
Álcool A C	0,8105	0,379
Álcool H C	0,8105	0,379
Álcool H O	0,8105	0,379

Tabela 5. Expoentes da inversa da função de probabilidade acumulada das mercadorias analisadas.

Mercadorias	Expoente lei de potência Cauda positiva	Expoente lei de potência Cauda negativa
Açúcar	2,05	1,29
Algodão	2,41	2,13
Boi	3,34	2,85
Café	2,96	2,39
Soja	3,16	2,41
Álcool Anidro combustível	1,73	2,50
Álcool Hidratado combustível	1,73	2,50
Álcool Hidratado outros fins	0,81	1,37

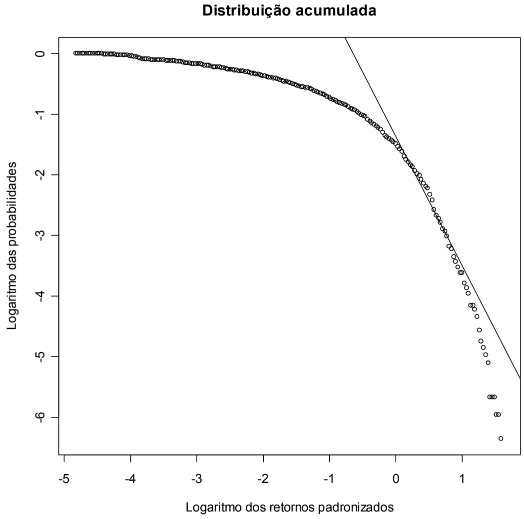

Figura 1. Ajuste para o caso da mercadoria algodão, para a cauda negativa.

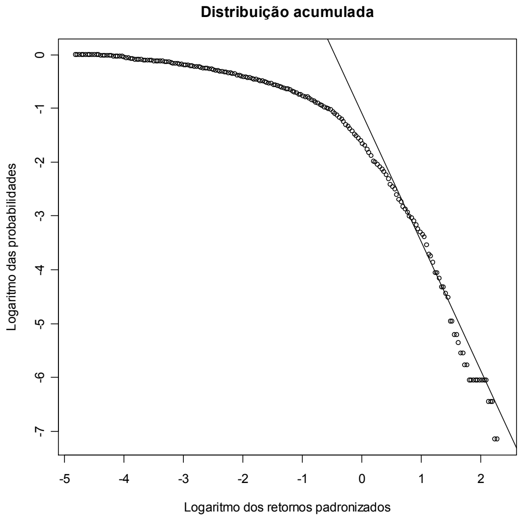

Figura 2. Ajuste para o caso da mercadoria algodão, para a cauda positiva.

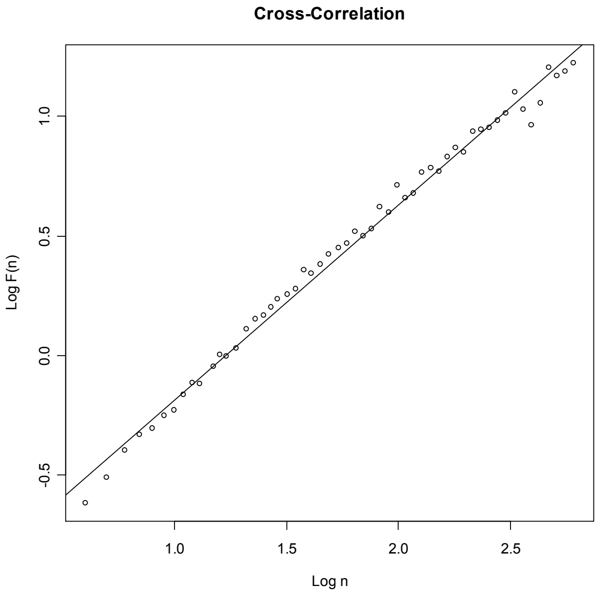

Figura 3. Correlação cruzada entre as mercadorias algodão e boi.

Referências

[1] CEPEA DATA, Centro de Estudos Avançados em Economia Aplicada, www.cepea.esalq.usp.br, Acessado em 06/04/08.

[2] P. Gopikrishnan et al., Eur. Phys. J. B 3, 139 (1998).

[3] P. Lévy, théorie de l'Addition des Variables Aléatoires (Gauthier-Villars, Paris, 1937).

[4] B. B. Mandelbrot, J. Business 36, 294 (1963).

[5] R. N. Mantegna, Physica A 179, 232 (1991).

[6] R. N. Mantegna, and Stanley, H. E., An Introdution to Econophysics: Correlations and Complexity in Finance (Cambridge University Press, Cambridge, 1999).

[7] B. Podobnik, and Stanley, H. E., Phys. Rev. Let. 8, 100 (2008).